



Rui Alexandre Marçalo Neves

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

Determinação de cargas de bifurcação de perfis de aço inoxidável sujeitos ao fogo

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Rodrigo de Moura Gonçalves, Professor Associado,
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Ildi Cismasiu

Arguente: Prof. Doutor João Gomes Rocha de Almeida

Vogal: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Julho, 2019

“Copyright” Rui Alexandre Marçalo Neves, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Quero agradecer ao meu orientador, Professor Rodrigo Gonçalves, por toda a disponibilidade, dedicação e palavras de confiança, que para além de ser um excelente profissional mostrou o seu lado humano nesta caminhada e nunca me deixou ficar mal. Quero também agradecer a todos os professores que fizeram parte do meu percurso e que foram deixando discursos de orgulho em eu ser aluno da FCT e me deram força para chegar até aqui. Acompanhados destes discursos, estiveram os discursos dos meus amigos que foram sem dúvida desde sempre a minha alavancagem e me incentivaram à aprendizagem, à evolução pessoal e à evolução profissional desde o dia em que os conheci. Também não poderiam faltar os agradecimentos à família, porque sem o apoio incondicional deles, sem a capacidade de acolher no seio familiar e sem a capacidade de acalmar, nada seria possível. Outra das grandes ajudas adveio dos meus companheiros que estão a desenvolver as suas teses de doutoramento, que outrora estiveram na minha situação e me ajudaram em todas as dificuldades, diretamente ou indiretamente relacionadas com a tese. Refiro-me ao Eng. David Henriques, ao Eng. David Manta e ao Eng. Hugo Rebelo. Agradeço também à Fundação para a Ciência e Tecnologia pelo financiamento da bolsa associada ao projeto em que esta dissertação se insere.

Os agradecimentos não devem estar apenas ligados a pessoas e a razões como as descritas anteriormente, mas também a todos aqueles que quando estava na minha caminhada de ascensão me fizeram escorregar, me chocalharam e me disseram não vais ser capaz, porque foi graças a estas e tantas outras adversidades que me tornei mais forte e fui capaz de finalizar esta etapa.

Resumo

Neste trabalho implementa-se uma formulação da Teoria Generalizada de Vigas (ou GBT, de *Generalized Beam Theory*) para a análise do comportamento de estabilidade (análise linear de estabilidade) de perfis de secção de parede fina de aço inoxidável sujeitos ao fogo. São usadas duas abordagens: (i) semi-analítica e (ii) formulação por elementos finitos.

É usada a solução semi-analítica da GBT para determinar cargas de bifurcação elásticas e elastoplásticas (teoria da deformação e teoria incremental) de elementos de aço inoxidável simplesmente apoiados, sujeitos a compressão uniforme e expostos ao fogo. A formulação de elementos finitos da GBT é usada para determinar cargas de bifurcação elásticas sob a ação do fogo, apresentando a vantagem de permitir considerar condições de apoio e carregamento arbitrários.

A eficácia computacional dos programas desenvolvidos resulta da introdução de hipóteses simplificativas específicas, relativas aos campos de deformação, as quais permitem reduzir o número de graus de liberdade sem afetar a precisão dos resultados. Na GBT os graus de liberdade correspondem a modos de deformação da secção transversal, os quais são definidos antes de se proceder à análise da barra.

Apresentam-se alguns exemplos que ilustram a precisão, simplicidade e eficácia da solução semi-analítica, bem como a versatilidade da formulação de elementos finitos, na determinação de cargas de bifurcação e modos de instabilidade. Para além disso, mostra-se que as características únicas de decomposição modal da GBT permitem extrair conclusões importantes relativamente à natureza dos modos de instabilidade.

Palavras chave:

- Teoria Generalizada de Vigas
- Aço inoxidável
- Ação do fogo
- Cargas de bifurcação
- Modos de instabilidade
- Análise linear de estabilidade

Abstract

Determination of bifurcation loads of stainless steel profiles subjected to fire

In this work, a Generalized Beam Theory (GBT) formulation is implemented for the analysis of the stability behavior (linear stability analysis) of stainless steel thin-walled members subjected to fire. Two approaches are employed: (i) semi-analytical and (ii) finite element formulation.

The semi-analytical formulation is used to determine elastic and elastoplastic bifurcation loads (deformation and incremental theory) of simply supported stainless steel members subjected to uniform compression and exposed to fire. The GBT finite element formulation is used to determine elastic bifurcation loads under fire action with arbitrary load and support conditions.

The computational efficiency of the developed programs results from the introduction of specific simplifying hypotheses related to the deformation fields, which allow reducing the number of degrees-of-freedom without affecting the precision of the results. In GBT, the degrees of freedom correspond to cross-section deformation, which are defined before the analysis of the bar.

Some examples are presented to illustrate the accuracy, simplicity and effectiveness of the semi-analytical solution, as well as the versatility of the finite element formulation, for the determination of bifurcation loads and buckling modes. Furthermore, it is shown that the unique modal decomposition characteristics of GBT allow drawing important conclusions regarding the nature of the buckling modes.

Keywords:

- Generalized Beam Theory
- Stainless Steel
- Fire action
- Bifurcation loads
- Buckling modes
- Linear stability analysis

Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização da Dissertação	2
1.4 Publicações/bolsa	3
2 Generalidades sobre a ação do fogo em estruturas de aço inoxidável	5
2.1 Ação do fogo em estruturas metálicas	5
2.2 Proteção ao fogo	6
2.3 Aço inoxidável	6
2.3.1 Aço inoxidável vs aço carbono	6
2.3.2 Detalhes dos aços inoxidáveis	7
2.3.3 Perfis típicos	8
2.3.4 Processo de fabrico	9
2.3.5 Características mecânicas a elevadas temperaturas	10
3 Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas	19
3.1 Introdução	19
3.2 Notação	20
3.3 Equações fundamentais	21
3.4 Equações de equilíbrio para o caso linear a 20 °C	26
3.5 Análise linear de estabilidade	27

Índice de Matérias

3.6	Implementação da solução semi-analítica	31
3.7	Formulação de um elemento finito	32
3.7.1	Implementação da formulação por elementos finitos	35
4	Exemplos numéricos	43
4.1	Introdução	43
4.2	Exemplo 1 - Coluna simplesmente apoiada elástica (solução semi-analítica) . .	43
4.3	Exemplo 2 - Coluna simplesmente apoiada elastoplástica (solução semi-analítica)	44
4.4	Exemplo 3 - Estudo de convergência do elemento finito	47
4.5	Exemplo 4 - Viga elástica (elementos finitos)	48
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	53
5.1	Conclusões	53
5.2	Desenvolvimentos futuros	54
	Bibliografia	55

Índice de Figuras

2.1	Classificação do aço inoxidável de acordo com o teor em cromo e níquel (adaptado de Euro Inox, 2007)	8
2.2	Secções típicas de perfis estruturais de aço inoxidável: (a) secções simples abertas e (b) secções fechadas, compostas fechadas e compostas abertas	9
2.3	Fases do processo de laminagem a frio (adaptado de Rhodes, 1992)	10
2.4	Processos de quinagem (adaptado de wikiEngenharia)	11
2.5	Relação tensões-extensões para o aço inoxidável a temperaturas elevadas (adaptado de CEN, 2005b)	11
2.6	Lei constitutiva uniaxial para um aço inoxidável ($E_a = 200$ GPa, $\nu = 0,3$, $G_a = 76,923$ GPa, $f_y = 230$ MPa e $f_u = 540$ MPa)	18
2.7	Variação do valor do módulo tangente, E_t , adotado na lei constitutiva uni-axial em função da extensão	18
3.1	Configurações dos primeiros 12 modos de deformação de uma secção em C com reforços	20
3.2	Secção arbitrária de parede fina com eixos locais de cada parede (Gonçalves & Camotim, 2011)	21
3.3	Ilustração da hipótese de Kirchhoff ($w_{,x} < 0$) (Henriques, 2014)	22
3.4	Modelo com um grau de liberdade: geometria inicial e configuração deformada	27
3.5	Trajetórias do modelo da Figura 3.4	28
3.6	Funções de interpolação de Hermite (adaptado de Peres, 2015)	33
3.7	Funções de interpolação de Lagrange (adaptado de Peres, 2015)	33
3.8	Numeração dos pontos de integração para uma parede	37
3.9	Montagem da matriz global, \mathbf{K} , e do vetor das forças externas, \mathbf{F} , a partir das matrizes e vetores elementares, para $n_e = 2$ (adaptado de Peres, 2015)	38
3.10	GUI - interface do programa de elementos finitos da GBT	41
4.1	Secção em C com reforços	44
4.2	Exemplo 1: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama de participação modal (material elástico)	45

Índice de Figuras

4.3	Configuração dos modos de instabilidade do Exemplo 1: (1) local para $L = 100$ mm, (2) distorcional simétrico para $L = 600$ mm, (3) flexão maior inércia-torção para $L = 5000$ mm e (4) flexão menor inércia para $L = 30000$ mm	46
4.4	Exemplo 2: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama da participação modal (material elastoplástico)	47
4.5	Coluna de parede fina com secção em C: convergência da solução de elementos finitos por comparação com a solução exata (semi-analítica), para $L = 100$ mm e $L = 550$ mm	48
4.6	Geometria da secção “hat”	49
4.7	Configuração dos primeiros 12 modos de deformação da secção em “hat”	49
4.8	Exemplo 4: convergência da solução por elementos finitos ($L = 1000$ mm)	50
4.9	Exemplo 4: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama da participação modal (material elástico)	51
4.10	Configuração dos modos de instabilidade para o Exemplo 4: (1) local para $L = 100$ mm, (2) distorcional para $L = 1000$ mm e (3) flexão-torção para $L = 8000$ mm	52
4.11	Exemplo 4: configuração deformada e representação das tensões para um momento de 100 Nmm, aplicado segundo o eixo de maior inércia (fator de escala de 3×10^6)	52

Índice de Tabelas

2.1	Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão última f_u para aços inoxidável ferríticos, austeníticos e austeníticos-ferríticos (CEN, 2006b)	12
2.2	Fatores para determinação da extensão e da rigidez do aço inoxidável a temperaturas elevadas (CEN, 2005b)	14
2.3	Fatores para determinação da extensão e da rigidez do aço inoxidável a temperaturas elevadas (conclusão) (CEN, 2005b)	15
2.4	Fator de redução e extensão última para utilização dos métodos de cálculo avançados (CEN, 2005b)	16
2.5	Fator de redução e extensão última para utilização dos métodos de cálculo avançados (conclusão) (CEN, 2005b)	17

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

GBT *Generalized Beam Theory*

Siglas

UNL Universidade Nova de Lisboa

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

Índices e Operadores Especiais

$()^M$ parcela de membrana

$()^F$ parcela de flexão

$()^T$ transposição de vetor ou matriz

$()_{,i}$ derivada parcial em ordem a i

$()_{cr}$ relativo à carga crítica de bifurcação

$P()$ primitiva

$d()$ variação

$\delta()$ variação virtual

$\Delta()$ variação incremental-iterativa

Letras Latinas Maiúsculas

A área da secção transversal

C operador constitutivo para o caso elástico

C_t operador constitutivo tangente

E_a módulo de elasticidade do aço inoxidável

$E_{a,\theta}$ inclinação da reta que representa o domínio elástico para a temperatura θ

$E_{ct,\theta}$ inclinação na tensão limite convencional de proporcionalidade para a temperatura θ

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

E_t	módulo tangente
F_j	função j de interpolação de Lagrange
\mathbf{F}	vetor das forças externas
G_a	módulo de distorção do aço inoxidável
\mathbf{G}	matriz de rigidez geométrica
H_k	função de interpolação de Hermite k
\mathbf{K}	matriz de rigidez linear
L	semi-comprimento de onda
M	momento fletor
N	número de modos de deformação
N_w	número de modos de empenamento
\mathbf{U}	campo de deslocamentos da parede
V	volume
W_{int}	trabalho das forças internas
W_{ext}	trabalho das forças externas

Letras Latinas Minúsculas

b	largura do perfil de aço
\mathbf{d}	vetor dos valores nodais das funções de amplitude e das suas derivadas
f_y	tensão de cedência
f_u	tensão última
$f_{u,\theta}$	tensão de rotura à tração para a temperatura θ
$f_{0,2p,\theta}$	tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2% dependente da temperatura θ
$k_{E,\theta}$	fator de redução para a inclinação da reta que representa o domínio elástico dependente da temperatura θ
$k_{0,2p,\theta}$	fator de redução para a tensão limite convencional proporcionalidade dependente da temperatura θ
$k_{u,\theta}$	fator de redução para a tensão de rotura à tração dependente da temperatura θ .
$k_{E_{ct},\theta}$	fator de redução para a inclinação da reta que representa o valor da inclinação limite convencional de proporcionalidade dependente da temperatura θ
n_e	número de elementos finitos

t	espessura
u	deslocamento do plano médio da parede segundo x
\bar{u}_k	deslocamento u relativo ao modo de deformação k
$\bar{\mathbf{u}}$	vetor com componentes \bar{u}_k
v	deslocamento do plano médio da parede segundo y
\bar{v}_k	deslocamento v relativo ao modo de deformação k
$\bar{\mathbf{v}}$	vetor com componentes \bar{v}_k
w	deslocamento do plano médio da parede segundo z
\bar{w}_k	deslocamento w relativo ao modo de deformação k
$\bar{\mathbf{w}}$	vetor com componentes \bar{w}_k
x	eixo paralelo ao eixo da viga
y	eixo contido na secção transversal e coincidente com a linha média da parede
z	eixo contido na secção transversal e perpendicular à linha média da parede

Letras Gregas

α	ângulo genérico
δ	variação virtual
γ	distorção
ε	extensão
$\varepsilon_{c,\theta}$	extensão na tensão limite convencional de proporcionalidade para a temperatura θ
$\varepsilon_{u,\theta}$	extensão última para a temperatura θ
$\boldsymbol{\varepsilon}$	tensor das deformações infinitesimais
ν	coeficiente de Poisson
θ	temperatura
σ	tensão
$\boldsymbol{\sigma}$	tensor das tensões
ϕ_k	função de amplitude do modo de deformação k
Ξ_U	matriz auxiliar para a definição de U
Ξ_ε	matriz auxiliar para a definição de ε
Ψ	matriz que contem as funções de amplitude
Ω	secção transversal

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Tem-se verificado um aumento da utilização de estruturas metálicas na construção civil, com o intuito de reduzir a volumetria e o peso das estruturas, seja em obras de arte ou construção uni-familiar (Kankanamge, 2010). Como tal, os elementos são cada vez mais flexíveis e esbeltos, necessitando de ferramentas de modelação numérica adequadas para a sua análise e dimensionamento. Até muito recentemente a modelação numérica de elementos de parede fina era maioritariamente efetuada recorrendo a elementos finitos de casca ou faixas finitas, o que exige um tempo de cálculo significativo e dificulta a interpretação dos resultados obtidos (em particular, não é fácil obter grandezas ao nível da secção transversal, como os esforços).

Contudo, hoje em dia, essas análises podem ser efetuadas utilizando a Teoria Generalizada de Vigas (ou GBT, da sua designação em língua inglesa, *Generalized Beam Theory*). Esta é particularmente eficiente porque é baseada em grandezas de carácter unidimensional – grandezas definidas ao nível da secção transversal, os chamados “modos de deformação” da secção, que permitem considerar a sua deformação no seu plano e para fora deste (empenamento).

Outra das evoluções que se tem vindo a presenciar é a crescente utilização de novos materiais, como o caso do aço inoxidável (Gardner et al., 2010). No entanto, a verificação da segurança para estruturas de aço inoxidável é largamente baseada nas fórmulas do aço carbono, o que é reconhecidamente inadequado (CEN, 2006b). Por esta razão serão feitas alterações ao Eurocódigo de modo que os cálculos efetuados atualmente deixem de ser imprecisos.

É sabido que as estruturas metálicas são particularmente sensíveis à ação do fogo (Kirby & Preston, 1988). Tal deve-se ao facto dos metais serem grandes condutores térmicos e destas estruturas serem habitualmente muito esbeltas (e de espessura fina). Assim sendo, é importante quantificar a deterioração das propriedades mecânicas com o aumento de temperatura, como em caso de incêndio, de modo a limitar os riscos e prevenir um eventual colapso.

Para dar resposta aos problemas apontados, foi iniciado, em Outubro de 2018, o Projeto PTDC/ECI-EGC/30655/2017, “Dimensionamento ao fogo de elementos estruturais em aço inoxidável (Fire design of stainless members) - StaSteFi”, no âmbito do Sistema de Apoio à Investigação Científica e Tecnológica (concurso 02/SAICT/2017), COMPETE 2020. A presente dissertação resulta do trabalho efetuado no âmbito deste projeto, tendo sido financiado pela bolsa BL22/2019_IST-ID.

O projeto em questão foca-se maioritariamente em elementos (colunas, vigas e vigas-coluna) compostos por secções esbeltas em I ou tubulares retangulares, considerando as classes de aço inoxidável mais relevantes. Estes elementos são suscetíveis a diferentes fenómenos

de instabilidade locais e/ou globais (flexão ou flexão-torção), que somados à lei constitutiva não-linear requerem análises sofisticadas. O projeto prevê o desenvolvimento de estudos experimentais e numéricos em elementos estruturais de aço inoxidável sujeitos a elevadas temperaturas. Estes serão utilizados para melhorar as regras de dimensionamento existentes. Serão feitos ensaios experimentais de resistência ao fogo de colunas, vigas e vigas-coluna em aço inoxidável, no Laboratório de Resistência ao Fogo da Universidade de Aveiro, que fornecerão os resultados necessários. A parte numérica será realizada através de programas de elementos finitos, como o desenvolvido na presente tese e ainda programas como SAFIR (Franssen, 2005) e ABAQUS (Hibbitt et al., 2012), considerando a não-linearidade material e geométrica.

1.2 Objetivos

O objetivo principal do trabalho efetuado pelo autor, descrito na presente dissertação de mestrado, consiste no desenvolvimento de um programa em MATLAB (The Mathworks, 2017) para realizar (i) análises semi-analíticas elásticas/elastoplásticas de estabilidade de colunas de aço inoxidável simplesmente apoiadas, expostas ao fogo e sujeitas a compressão uniforme e (ii) análises de primeira ordem e análises lineares de estabilidade de barras de aço inoxidável expostas ao fogo, com condições de apoio e esforços arbitrários aplicados nas suas extremidades, recorrendo a elementos finitos. Em ambos os casos utiliza-se a GBT. Pretende-se desenvolver uma interface gráfica, de fácil utilização, que permita visualizar as configurações deformadas (análise de pré-encurvadura) e os modos de instabilidade. Pretende-se que esta ferramenta permita a determinação das cargas críticas locais/distorcionais/globais de uma forma fácil e rápida, auxiliando as tarefas subsequentes do Projeto ligadas ao desenvolvimento de regras de dimensionamento mais precisas.

1.3 Organização da Dissertação

A presente dissertação desenvolve-se ao longo de cinco capítulos em que o presente capítulo (primeiro capítulo) corresponde à introdução.

No segundo capítulo apresentam-se algumas generalidades relativas à ação do fogo em estruturas de aço inoxidável, onde se dá especial atenção a elementos estruturais de parede fina e que, por consequência, apresentam grande vulnerabilidade à ação da temperatura. Para além disso, referem-se vantagens decorrentes da utilização do aço inoxidável, os tipos de perfis correntes e o processo de fabrico dos mesmos. No final, apresentam-se as características e propriedades dos diferentes tipos de aço inoxidável.

O terceiro capítulo é dedicado à formulação e implementação das análises baseadas na GBT para determinação de cargas de bifurcação de perfis de aço inoxidável sob a ação do fogo. Apresentam-se inicialmente os fundamentos da GBT, expondo as hipóteses simplificativas utilizadas, as equações fundamentais, as equações de equilíbrio para o caso linear e as equações usadas numa análise linear de estabilidade. Apresenta-se ainda a implementação da solução semi-analítica da GBT em *MATLAB* e a formulação de um elemento finito da GBT acompanhado da respetiva implementação.

No quarto capítulo são apresentados quatro exemplos numéricos, resolvidos a partir dos programas desenvolvidos. No primeiro exemplo analisa-se a estabilidade de uma coluna elástica, recorrendo à solução semi-analítica, onde se apresentam as “curvas de assinatura” e os diagramas de participação modal para as diferentes temperaturas. O segundo exemplo é

semelhante ao anterior, mas admite-se que o material é elastoplástico. O terceiro exemplo compara a solução semi-analítica com a formulação em elementos finitos, por forma a avaliar a convergência do elemento finito. No último exemplo estuda-se a estabilidade de uma viga elástica, sujeita à flexão não-uniforme, recorrendo ao elemento finito da GBT.

Finalmente, o quinto e último capítulo encerra o presente trabalho com a apresentação das principais conclusões e dos desenvolvimentos futuros.

1.4 Publicações/bolsa

O trabalho realizado originou o artigo intitulado de “GBT-based semi-analytical solutions for the elastic/plastic stability analysis of stainless steel thin-walled columns exposed to fire”, que foi submetido e será apresentado no Congresso “SDSS 2019”, que decorrerá em Praga, em setembro de 2019. Foi ainda submetido um resumo para o XII Congresso de Construção Metálica e Mista, que foi já aceite.

Associado ao projeto mencionado está uma bolsa de investigação com duração de 6 meses. Esta é financiada pelo fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER) através do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização - COMPETE 2020 e por Fundos Nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e Tecnologia.

Capítulo 2

Generalidades sobre a ação do fogo em estruturas de aço inoxidável

2.1 Ação do fogo em estruturas metálicas

Com o avanço das gerações, a construção tradicional em alvenaria começa a cair em desuso e a dar lugar a novos tipos de construção, tal como a construção em estrutura metálica (Kankanamge, 2010). Esta apresenta várias vantagens em relação às estruturas em betão armado, tais como melhor relação entre resistência e peso, permitir uma construção mais rápida e precisa, melhor resistência aos sismos devido à sua leveza e ductilidade, ter fundações mais económicas (menor peso da estrutura), permitir vencer maiores vãos (satisfazendo os requisitos arquitetónicos atuais) e o facto de ser um material quase cem por cento reciclável (sustentabilidade) (Chen & Young, 2008).

Contudo, existem também desvantagens em relação a outros materiais, como a sua elevada condutibilidade térmica, bem como o facto de as propriedades mecânicas serem afetadas negativamente (menor resistência e rigidez) com o aumento da temperatura. (Kirby & Preston, 1988).

Habitualmente, os elementos estruturais metálicos possuem secções transversais de espessura fina o que, agregada à elevada condutibilidade do material, podem originar uma rápida degradação das propriedades mecânicas (To & Young, 2008).

Posto isto, é de extrema importância desenvolver estudos que incidam na análise de estruturas de aço tendo em conta a ação do fogo.

Como base dessa análise é importante ter conhecimento do que se tem passado nos últimos anos em Portugal e no Mundo: são registadas cada vez temperaturas mais elevadas e todos os anos ardem milhares de hectares e habitações; portanto, a segurança contra incêndios é um tema de extrema relevância. Para tal, deve-se proteger as habitações e as suas estruturas com materiais ignífugos e refratários, bons isolantes térmicos (baixa condutibilidade e grande capacidade térmica) e com boa aderência aos elementos, para não ocorrerem separações em caso de aumentos de temperatura ou deformações excessivas (Vila Real, 2003).

Com um maior conhecimento e compreensão do comportamento das estruturas metálicas ao fogo, é possível desenvolver novos métodos de cálculo que auxiliem o dimensionamento.

As regras de cálculo simplificado previstas nas normas de projeto são de extrema importância para os projetistas que nem sempre têm acesso a métodos avançados de cálculo. Portanto, para fazer face à falta de conhecimento no impacto do fogo em estruturas metálicas (mais especificamente de aço inoxidável), a Norma Europeia EN 1993-1-4 (CEN, 2006b), que

está na base do desenvolvimento da presente tese, propõe regras de cálculo para elementos estruturais em aço inoxidável à temperatura normal e a Norma Europeia EN 1993-1-2 (CEN, 2005b) apresenta as regras de verificação da resistência ao fogo dos mesmos.

2.2 Proteção ao fogo

É indispensável a proteção anti-fogo das estruturas metálicas. Esta tem como objetivo a proteção da vida dos ocupantes, bem como a vida dos envolventes, dos bens existentes no edifício e a proteção do próprio edifício contra os danos de incêndio que possam deflagrar nele ou em edifícios adjacentes. A segurança depende, principalmente, das condições de evacuação dos ocupantes e da exposição a fumos e gases dos mesmos. Para assegurar estas condições, não tem apenas de ser verificada uma dada resistência, como esta tem de ser assegurada durante um determinado intervalo de tempo.

Para tal é necessário dimensionar a espessura de proteção mínima para revestir os elementos estruturais, tendo em conta os requisitos pretendidos para determinada estrutura. Para dimensioná-la, é necessário ter em conta dois conceitos: o tempo de resistência ao fogo e o fator de massividade.

O tempo de resistência ao fogo deve permitir que a estrutura resista o tempo suficiente para evacuar os ocupantes, para evacuar as equipas de intervenção e minimizar os danos nos edifícios adjacentes e na infraestrutura pública. Estes tempos são definidos no Decreto-Lei nº 220/2008. Para o caso de edifícios de habitação uni-familiares, os elementos estruturais devem possuir uma classe R30, o que indica uma resistência ao fogo de pelo menos trinta minutos. Estes tempos são definidos consoante o tipo de edificação, utilização, altura, área, compartimentação existente, taxa de ventilação, entre outros parâmetros.

O fator de massividade representa a suscetibilidade com que um perfil metálico é aquecido em situação de incêndio. Este fator define-se, para elementos estruturais, como a razão entre a área do elemento exposto ao fogo (A_m) e o seu volume (V). Dado que os perfis de aço inoxidável apresentam tipicamente um valor de A_m elevado e um valor de V bastante reduzido, o fator de massividade é bastante elevado, pelo que o perfil aquece muito rapidamente.

Conhecendo o tempo de resistência ao fogo e o fator de massividade, é possível dimensionar a espessura de proteção para o perfil em questão. Com recurso ao EC3, a espessura pode ser calculada através de um de três métodos analíticos (no domínio do tempo, da temperatura e da resistência) e, para além destes, pode ser calculada a partir de um método com base em valores tabelados, obtidos através de ensaios em fornalhas, para várias temperaturas críticas (Vila Real, 2003). A proteção é normalmente aplicada na parede ou no pavimento, revestindo os perfis com placas de gesso com ou sem material de isolamento no interior da cavidade, ou através da aplicação de tintas ou mantas. Este tipo de proteção ao fogo encarece os edifícios construídos com estes perfis, sendo no entanto de extrema importância.

2.3 Aço inoxidável

2.3.1 Aço inoxidável vs aço carbono

Apesar de inicialmente ser mais caro do que o convencional “aço-carbono”, o aço inoxidável compete com este pois a sua resistência ao fogo é superior (CEN, 2005b), necessita de menos manutenção, tem elevada resistência à corrosão (decisiva em algumas aplicações), apresenta

melhor aspeto do ponto vista estético e o custo do ciclo de vida é inferior (Euro Inox, 2006). Estes aspetos têm conduzido a uma crescente utilização deste tipo de aço em estruturas.

O comportamento do aço inoxidável tem vindo a ser tema de pesquisas recentes, pois não é totalmente conhecido. De acordo com a Norma Europeia EN 1993-1-4, o dimensionamento de estruturas de aço inoxidável é feito com base nas “equações de interação de instabilidade” para o “aço-carbono”.

Para colmatar a falta de conhecimento nesta área, foram executados diversos trabalhos sobre o comportamento de estruturas de aço inoxidável expostas ao fogo. Estes abordaram as propriedades dos materiais (Gardner et al., 2010) e a resistência dos elementos estruturais (Gardner & Baddoo, 2006), como por exemplo, a interação entre a compressão axial e flexão em perfis em I (Lopes et al., 2012) e a encurvadura por flexão em colunas tubulares (Uppfeldt et al., 2008) e, também, em perfis em I. A instabilidade lateral-torsional de vigas de aço inoxidável também foi estudada (Vila Real et al., 2008). Nestes estudos, apenas se consideraram secções de Classe 1 e 2, de acordo com o EC3. Ainda assim, estudos sobre o comportamento de secções de parede fina tubulares ou em I, de Classe 3 e 4, sujeitas a instabilidade local e/ou distorcional, continuam a ser inexistentes. Estes estudos são de extrema importância, pois os elementos estruturais com secções de Classe 4 são muito comuns nas estruturas de edifícios em aço inoxidável.

2.3.2 Detalhes dos aços inoxidáveis

O aço inoxidável é principalmente uma liga de ferro e cromo, que pode conter níquel, molibdéneo e outros elementos, sendo estes componentes responsáveis por um aço com propriedades melhoradas, distinguindo-se principalmente pela sua alta resistência à corrosão. Esta característica advém do facto de o cromo presente na liga oxidar-se quando entra em contacto com o ar, formando uma película na superfície exposta ao meio extremamente fina, estável e impermeável de óxido de cromo (Cr_2O_3). Esta película denomina-se de “camada passiva” e tem como função proteger a superfície do aço contra a corrosão.

Segundo a norma EN 10088-1:2005 (CEN, 2005c), são considerados aços inoxidáveis aqueles que contêm teores de cromo de pelo menos 10,5% e teores máximos de carbono de 1,2%. De acordo com esta norma, os aços agrupam-se em cinco categorias principais: ferrítica, austenítica, austenítica-ferrítica (denominado também por *duplex*), martensítica e endurecível por precipitação, sendo que as três primeiras apresentam características mais adequadas à utilização em elementos estruturais e, como tal, serão as abordadas na presente dissertação. Na Figura 2.1 apresenta-se a classificação do aço inoxidável de acordo com os elementos cromo e níquel.

Os três grupos de aço inoxidável relevantes para a presente tese são descritos de seguida:

- Aço ferrítico: neste tipo de aço, o cromo é o principal elemento de liga, sendo o seu teor superior a 16% (Castro & Sequeira, 1971). Apresenta um teor limite de carbono de 0,08%, tendo como consequência deste baixo teor a limitação da resistência mecânica. Em relação aos aços inoxidáveis austeníticos, estes têm uma resistência à corrosão inferior sendo contudo mais económicos por conterem teores de níquel muito baixos (Pinho, 2012). Estes aços apresentam melhor trabalhabilidade e resistência à corrosão que os aços martensíticos, possuem boas propriedades físicas e mecânicas e são resistentes a determinados meios agressivos (principalmente oxidantes). Os perfis constituídos por este tipo de aço apenas podem ser enformados a frio.

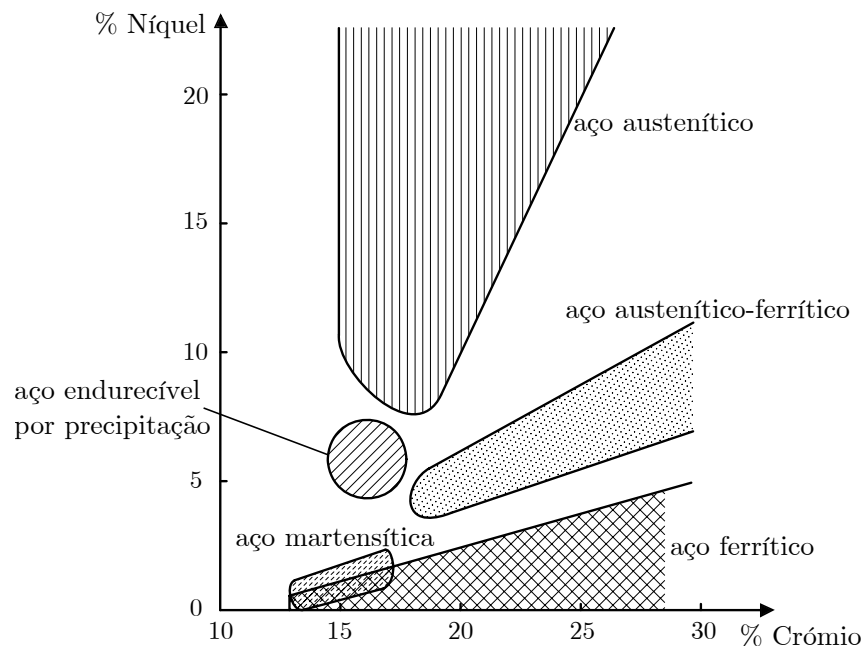


Figura 2.1: Classificação do aço inoxidável de acordo com o teor em cromo e níquel (adaptado de Euro Inox, 2007)

- **Aço austenítico**: o cromo e o níquel são os principais elementos de liga neste tipo de aço. Possuem uma elevada resistência à corrosão e elevada resistência mecânica, sendo que a resistência mecânica pode ser otimizada através da adição de azoto. Os aços de estrutura metalúrgica austenítica conjugam as características anteriores com a elevada ductilidade, tornando-se desta forma muito usados como aços estruturais. Tal como o aço ferrítico, os perfis constituídos por este tipo de aço apenas podem ser enformados a frio (Euro Inox, 2007).
- **Aço austenítico-ferrítico**: são uma família de aços com composições que aliam boa resistência à corrosão com elevada resistência mecânica e proporcionam fácil trabalhabilidade. Em função da estrutura repartida entre a austenite e ferrite, os aços austenítico-ferrítico (ou *duplex*) apresentam características comuns a estes dois tipos de aço. A austenite garante melhor resistência à corrosão, enquanto que a ferrite é responsável pelo aumento de resistência (Dobrzanski et al., 2007). Como seria de esperar tendo em conta o método de produção de perfis dos aços austenítico e ferrítico, os perfis de aço *duplex* apenas podem ser enformados a frio.

2.3.3 Perfis típicos

Nesta secção abordam-se apenas os perfis estruturais de aço inoxidável que são mais utilizados frequentemente em estruturas de aço leve (*light steel framing*). Estes perfis podem

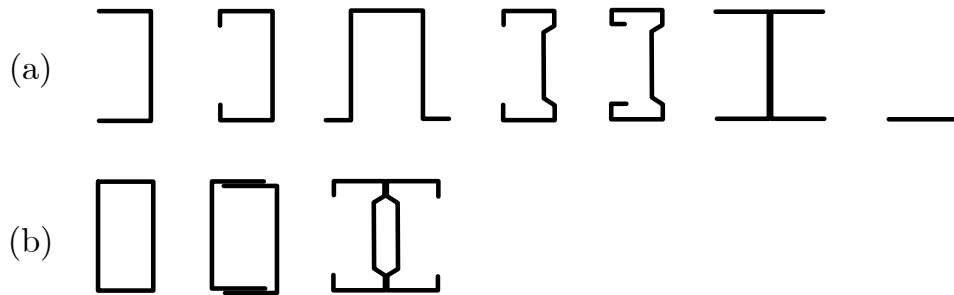


Figura 2.2: Secções típicas de perfis estruturais de aço inoxidável: (a) secções simples abertas e (b) secções fechadas, compostas fechadas e compostas abertas

ser compostos por secções simples abertas, secções fechadas e secções compostas abertas ou compostas fechadas.

Os perfis são peças lineares prismáticas (de eixo retilíneo e secção uniforme), fabricados a partir de chapas de aço, em que a altura da secção varia entre 50-70 mm até 350-400 mm e a espessura está compreendida entre 0,6 mm e 6,4 mm. A geometria da secção transversal depende da estrutura em causa e da função que o elemento desempenhará. A utilização em pilares, vigas, ou madres de cobertura, leva à existência de secções com uma enorme variedade de formas e dimensões. Os perfis mais utilizados nas estruturas de edifícios variam entre secções em C, “hat”, Σ , retangular, entre outras (Long-yuan, 2009). Na Figura 2.2(a) são apresentadas secções simples abertas e na Figura 2.2(b) secções fechadas, compostas fechadas e compostas abertas.

Geralmente, as secções fechadas são originadas pela ligação de duas secções abertas, aumentando assim a rigidez de torção. Efetivamente, a grande diferença entre as secções abertas e as secções fechadas é que as primeiras apresentam uma rigidez à torção consideravelmente inferior (Young, 2008).

2.3.4 Processo de fabrico

O processo de fabrico dos perfis das classes de aço inoxidável abordadas nesta dissertação, referidas anteriormente (ferrítica, austenítica, austenítica-ferrítica) enquadra-se no processo dos perfis enformados a frio.

Estes perfis são, geralmente, fabricados por laminagem a frio ou por quinagem. O facto de o aço ser um material bastante dúctil permite obter elementos de parede muito fina comparados com outros processos (ASRO, 2008).

A laminagem a frio consiste em conduzir uma chapa de aço continua através de uma série de rolos opostos, deformando o aço plasticamente de modo a obter a forma final (Figura 2.3). Cada par de rolos produz uma deformação específica e, em geral, quanto mais complexa a forma transversal pretendida, maior é a complexidade dos rolos. Para que este processo não seja moroso devido ao tempo necessário para a mudança dos rolos quando se pretende realizar secções diferentes, são utilizados com frequência rolos reguláveis que permitem mudanças rápidas.

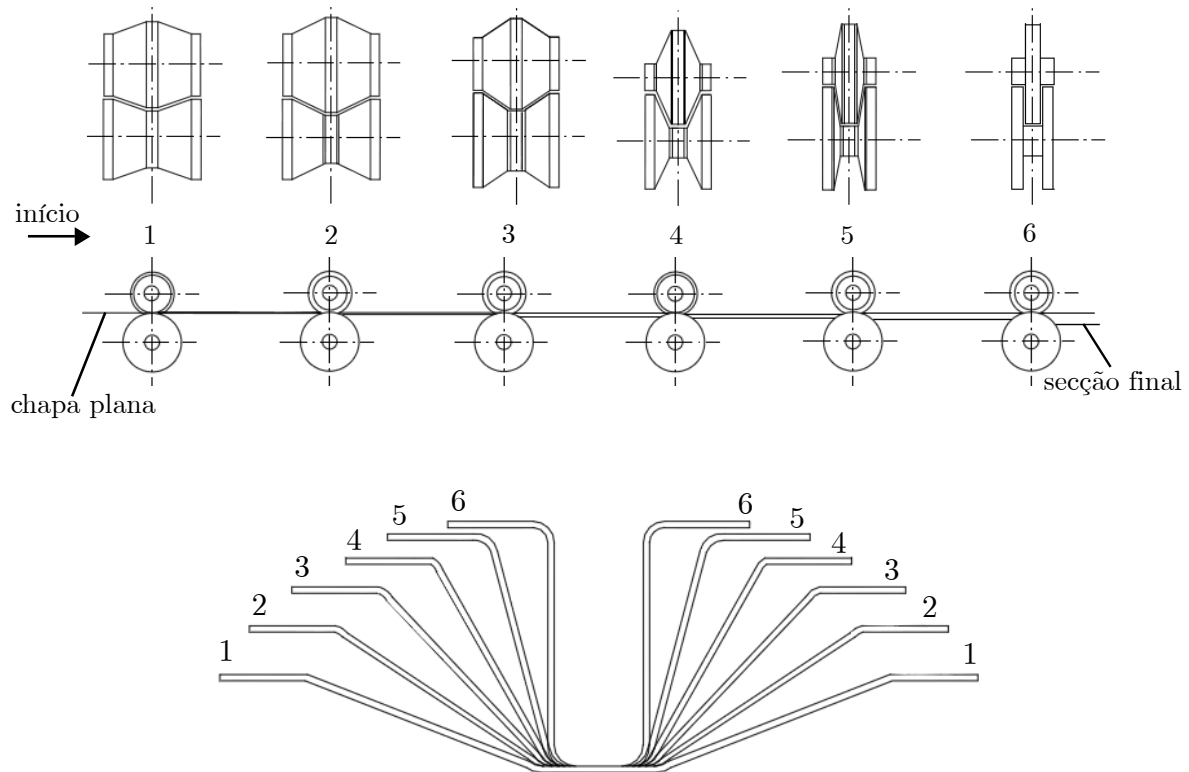


Figura 2.3: Fases do processo de laminagem a frio (adaptado de Rhodes, 1992)

A quinagem é o processo de fabrico mais simples, apenas para peças de pequenos comprimentos e geometria simples, associado a produções em pequena quantidade. Este processo consiste na dobragem de uma chapa, de um comprimento específico (previamente definido), através de prensagem contra um negativo com a forma final pretendida (Figura 2.4).

2.3.5 Características mecânicas a elevadas temperaturas

Antes de abordar o comportamento do aço inoxidável a elevadas temperaturas é necessário descrever as suas propriedades à temperatura de 20 °C. Os aços inoxidáveis utilizados no presente trabalho têm como base a Norma Europeia EN 1993-1-4 que indica as seguintes propriedades:

- Módulo de Elasticidade, E_a :
 - $E_a = 200\,000$ MPa para aços austeníticos e austeníticos-ferríticos da Tabela 2.1 excluindo as classes 1.4539, 1.4529 e 1.4547.
 - $E_a = 195\,000$ MPa para aços austeníticos de classes 1.4539, 1.4529 e 1.4547.
 - $E_a = 200\,000$ MPa para aços ferríticos da Tabela 2.1.
- Módulo de Distorsão, G_a : $G_a = \frac{E_a}{2(1+\nu)}$
- Coeficiente de Poisson em regime elástico: $\nu = 0,3$

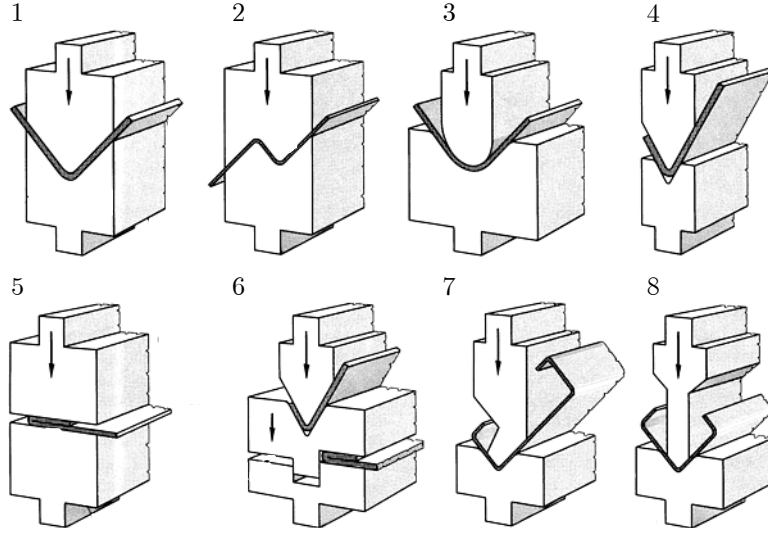


Figura 2.4: Processos de quinagem (adaptado de wikiEngenharia)

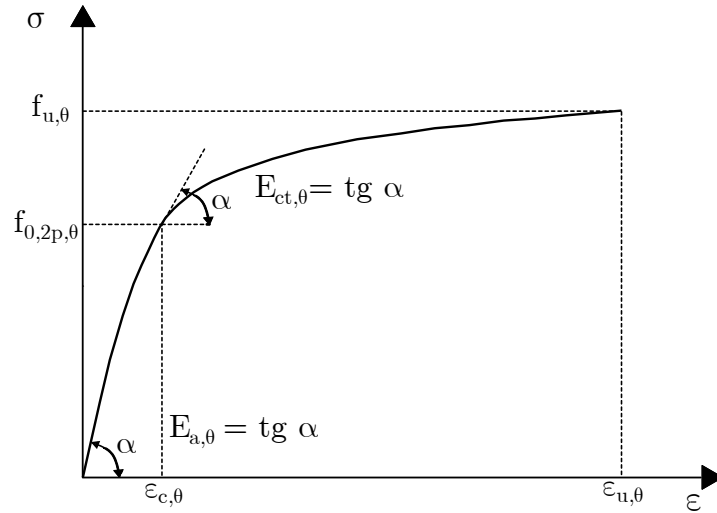


Figura 2.5: Relação tensões-extensões para o aço inoxidável a temperaturas elevadas (adaptado de CEN, 2005b)

Para além destes parâmetros, apresentam-se na Tabela 2.1, para as três categorias de aço e de acordo com o método de produção, os valores nominais da tensão de cedência, f_y , e da tensão última, f_u .

Como já referido, o aumento da temperatura influencia as propriedades mecânicas do material resultando numa redução da resistência e da rigidez que afeta significativamente o comportamento estrutural e deve ser tida em conta no processo de dimensionamento. Para estabelecer a lei constitutiva para o aço a elevadas temperaturas, presente na Norma Europeia 1993-1-2, foram realizados testes em cinco classes de aço inoxidável: 1.4301, 1.4401, 1.4571, 1.4462 e 1.4003 (Euro Inox, 2007). O programa de testes consistiu em ensaios de tração à tem-

Capítulo 2. Generalidades sobre a ação do fogo em estruturas de aço inoxidável

Type of stainless steel	Grade	Product form							
		Cold rolled strip		Hot rolled strip		Hot rolled plate		Bars, rods and sections	
		Nominal thickness t							
		$t \leq 6$ mm		$t \leq 12$ mm		$t \leq 75$ mm		$t \leq 250$ mm	
		f_y	f_u	f_y	f_u	f_y	f_u	f_y	f_u
		N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²
Ferritic steels	1.4003	280	450	280	450	250 ³⁾	450 ³⁾	260 ⁴⁾	450 ⁴⁾
	1.4016	260	450	240	450	240 ³⁾	430 ³⁾	240 ⁴⁾	400 ⁴⁾
	1.4512	210	380	210	380	-	-	-	-
Austenitic steels	1.4306	220	520	200	520	200	500	180	460
	1.4307							175	450
	1.4541							190	500
	1.4301	230	540	210	520	210	520	200	500
	1.4401	240	530	220	530	220	520		
	1.4404								
	1.4539							230	
	1.4571		540		540		200	500	
	1.4432	240	550	220	550	220	520	280	580
	1.4435								
	1.4311	290	550	270	550	270	550		
	1.4406	300	580	280	580	280	580	280	580
	1.4439	290		270		270			
	1.4529	300	650	300	650	300	650		
	1.4547	320	650	300	650	300	650	300	650
	1.4318	350	650	330	650	330	630	-	-
Austenitic -ferritic steels	1.4362	420	600	400	600	400	630	400 ²⁾	600 ²⁾
	1.4462	480	660	460	660	460	640	450	650

¹⁾ The nominal values of f_y and f_u given in this table may be used in design without taking special account of anisotropy or strain hardening effects.

²⁾ $t \leq 160$ mm

³⁾ $t \leq 25$ mm

⁴⁾ $t \leq 100$ mm

Tabela 2.1: Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão última f_u para aços inoxidável ferríticos, austeníticos e austeníticos-ferríticos (CEN, 2006b)

peratura ambiente e a temperaturas elevadas. Com base nestes resultados desenvolveu-se um modelo matemático que descreve a relação tensão-extensão representado na Figura 2.5. Esta lei constitutiva é dividida em duas partes não-lineares, uma deste zero até $\varepsilon_{c,\theta}$ e a segunda desde $\varepsilon_{c,\theta}$ até $\varepsilon_{u,\theta}$. A tensão, σ , e o módulo tangente, E_t , são dados por

$$\bullet \varepsilon \leq \varepsilon_{c,\theta}$$

$$\sigma = \frac{E_{a,\theta} \varepsilon}{1 + a \varepsilon^b}, \quad E_t = \frac{E_{a,\theta}(1 + a \varepsilon^b - a b \varepsilon^b)}{(1 + a \varepsilon^b)^2}, \quad (2.1)$$

$$\bullet \varepsilon_{c,\theta} < \varepsilon \leq \varepsilon_{u,\theta}$$

$$\sigma = f_{0,2p,\theta} - e + (d/c) \sqrt{c^2 - (\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon)^2}, \quad E_t = \frac{d(\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon)}{c \sqrt{c^2 - (\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon)^2}}, \quad (2.2)$$

onde θ indica a temperatura e o parâmetro $\varepsilon_{c,\theta}$ e as funções a , b , c , d e e são definidos como

$$\varepsilon_{c,\theta} = f_{0,2p,\theta}/E_{a,\theta} + 0,002, \quad (2.3)$$

$$a = \frac{E_{a,\theta} \varepsilon_{c,\theta} - f_{0,2p,\theta}}{f_{0,2p,\theta} \varepsilon_{c,\theta}^b}, \quad (2.4)$$

$$b = \frac{(1 - \varepsilon_{c,\theta} E_{ct,\theta}/f_{0,2p,\theta}) E_{a,\theta} \varepsilon_{c,\theta}}{(E_{a,\theta} \varepsilon_{c,\theta}/f_{0,2p,\theta} - 1) f_{0,2p,\theta}}, \quad (2.5)$$

$$c^2 = (\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{c,\theta}) \left(\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{c,\theta} + \frac{e}{E_{ct,\theta}} \right), \quad (2.6)$$

$$e = \frac{(f_{u,\theta} - f_{0,2p,\theta})^2}{(\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{c,\theta}) E_{ct,\theta} - 2(f_{u,\theta} - f_{0,2p,\theta})^2}, \quad (2.7)$$

$$d^2 = e (\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{c,\theta}) E_{ct,\theta} + e^2, \quad (2.8)$$

em que $f_{u,\theta}$ é a tensão de rotura à tração, $f_{0,2p,\theta}$ é a tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%, $E_{a,\theta}$ é a inclinação da reta que representa o domínio elástico, $E_{ct,\theta}$ é a inclinação na tensão limite convencional de proporcionalidade, $\varepsilon_{c,\theta}$ é a extensão total na tensão limite convencional de proporcionalidade e $\varepsilon_{u,\theta}$ é a extensão última. A massa específica do aço, ρ_a , é igual a 7850 kg/m^3 e considera-se que é independente da temperatura.

Para ter em conta a temperatura, os parâmetros originais que definem as propriedades do material (E_a , f_y e f_u) são afetados por “fatores” que os reduzem. Tem-se assim

- Fator de redução para a inclinação da reta que representa o domínio elástico:

$$k_{E,\theta} = E_{a,\theta}/E_a \quad (2.9)$$

- Fator de redução para a tensão limite convencional de proporcionalidade:

$$k_{0,2p,\theta} = f_{0,2p,\theta}/f_y \quad (2.10)$$

- Fator de redução para a tensão de rotura à tração:

$$k_{u,\theta} = f_{u,\theta}/f_u \quad (2.11)$$

Existe ainda o fator de redução para a utilização dos métodos de cálculo avançados, sendo este dado por

- Fator de redução para a inclinação da reta que representa o valor da inclinação na tensão limite convencional de proporcionalidade:

$$k_{E_{ct},\theta} = E_{ct,\theta}/E_a \quad (2.12)$$

O valor destes fatores de redução e o valor da extensão última em função da temperatura, θ_a , para as diferentes classes de aço inoxidável, estão organizados nas Tabelas 2.2 a 2.5.

De modo a ilustrar a lei constitutiva do aço inoxidável a diferentes temperaturas considera-se um aço austenítico de classe 1.4301: laminado a frio ($t \leq 6 \text{ mm}$), com módulo de elasticidade igual a 200 GPa, coeficiente de Poisson de 0,3, módulo de distorção de 76,923 GPa, tensão de cedência de 230 MPa e tensão última de 540 MPa. Para esta classe, apresenta-se na Figura 2.6, a respetiva lei constitutiva uni-axial, para o intervalo de temperaturas entre 20 e 1000 °C.

Capítulo 2. Generalidades sobre a ação do fogo em estruturas de aço inoxidável

Temperatura do aço θ_a	Factor de redução (referido a E_a) para a inclinação da recta que representa o domínio elástico $k_{E,\theta} = E_{a,\theta}/E_a$	Factor de redução (referido a f_y) para a tensão limite convencional de proporcionalidade $k_{0,2p,\theta} = f_{0,2p,\theta}/f_y$	Factor de redução (referido a f_u) para a tensão de rotura à tracção $k_{u,\theta} = f_{u,\theta}/f_u$	Factor para a determinação da tensão de cedência $f_{y,\theta}$ $k_{2\%,\theta}$
Classe 1.4301				
20	1,00	1,00	1,00	0,26
100	0,96	0,82	0,87	0,24
200	0,92	0,68	0,77	0,19
300	0,88	0,64	0,73	0,19
400	0,84	0,60	0,72	0,19
500	0,80	0,54	0,67	0,19
600	0,76	0,49	0,58	0,22
700	0,71	0,40	0,43	0,26
800	0,63	0,27	0,27	0,35
900	0,45	0,14	0,15	0,38
1000	0,20	0,06	0,07	0,40
1100	0,10	0,03	0,03	0,40
1200	0,00	0,00	0,00	0,40
Classe 1.4401 / 1.4404				
20	1,00	1,00	1,00	0,24
100	0,96	0,88	0,93	0,24
200	0,92	0,76	0,87	0,24
300	0,88	0,71	0,84	0,24
400	0,84	0,66	0,83	0,21
500	0,80	0,63	0,79	0,20
600	0,76	0,61	0,72	0,19
700	0,71	0,51	0,55	0,24
800	0,63	0,40	0,34	0,35
900	0,45	0,19	0,18	0,38
1000	0,20	0,10	0,09	0,40
1100	0,10	0,05	0,04	0,40
1200	0,00	0,00	0,00	0,40
Classe 1.4571				
20	1,00	1,00	1,00	0,25
100	0,96	0,89	0,88	0,25
200	0,92	0,83	0,81	0,25
300	0,88	0,77	0,80	0,24
400	0,84	0,72	0,80	0,22
500	0,80	0,69	0,77	0,21
600	0,76	0,66	0,71	0,21
700	0,71	0,59	0,57	0,25
800	0,63	0,50	0,38	0,35
900	0,45	0,28	0,22	0,38
1000	0,20	0,15	0,11	0,40
1100	0,10	0,075	0,055	0,40
1200	0,00	0,00	0,00	0,40

Tabela 2.2: Fatores para determinação da extensão e da rigidez do aço inoxidável a temperaturas elevadas (CEN, 2005b)

Temperatura do aço θ_a	Factor de redução (referido a E_a) para a inclinação da recta que representa o domínio elástico $k_{E,\theta} = E_{a,\theta} / E_a$	Factor de redução (referido a f_y) para a tensão limite convencional de proporcionalidade $k_{0,2p,\theta} = f_{0,2p,\theta} / f_y$	Factor de redução (referido a f_u) para a tensão de rotura à tracção $k_{u,\theta} = f_{u,\theta} / f_u$	Factor para a determinação da tensão de cedência $f_{y,\theta}$ $k_{2\%,\theta}$
Classe 1.4003				
20	1,00	1,00	1,00	0,37
100	0,96	1,00	0,94	0,37
200	0,92	1,00	0,88	0,37
300	0,88	0,98	0,86	0,37
400	0,84	0,91	0,83	0,42
500	0,80	0,80	0,81	0,40
600	0,76	0,45	0,42	0,45
700	0,71	0,19	0,21	0,46
800	0,63	0,13	0,12	0,47
900	0,45	0,10	0,11	0,47
1000	0,20	0,07	0,09	0,47
1100	0,10	0,035	0,045	0,47
1200	0,00	0,00	0,00	0,47
Classe 1.4462				
20	1,00	1,00	1,00	0,35
100	0,96	0,91	0,93	0,35
200	0,92	0,80	0,85	0,32
300	0,88	0,75	0,83	0,30
400	0,84	0,72	0,82	0,28
500	0,80	0,65	0,71	0,30
600	0,76	0,56	0,57	0,33
700	0,71	0,37	0,38	0,40
800	0,63	0,26	0,29	0,41
900	0,45	0,10	0,12	0,45
1000	0,20	0,03	0,04	0,47
1100	0,10	0,015	0,02	0,47
1200	0,00	0,00	0,00	0,47

Tabela 2.3: Fatores para determinação da extensão e da rigidez do aço inoxidável a temperaturas elevadas (conclusão) (CEN, 2005b)

Capítulo 2. Generalidades sobre a ação do fogo em estruturas de aço inoxidável

Temperatura do aço θ_a	Factor de redução (referido a E_a) para a inclinação da recta que representa o domínio elástico $k_{Ect,\theta} = E_{ct,\theta} / E_a$	Extensão última $\epsilon_{u,\theta}$ [-]
Classe 1.4301		
20	0,11	0,40
100	0,05	0,40
200	0,02	0,40
300	0,02	0,40
400	0,02	0,40
500	0,02	0,40
600	0,02	0,35
700	0,02	0,30
800	0,02	0,20
900	0,02	0,20
1000	0,02	0,20
1100	0,02	0,20
1200	0,02	0,20
Classe 1.4401 / 1.4404		
20	0,050	0,40
100	0,049	0,40
200	0,047	0,40
300	0,045	0,40
400	0,030	0,40
500	0,025	0,40
600	0,020	0,40
700	0,020	0,30
800	0,020	0,20
900	0,020	0,20
1000	0,020	0,20
1100	0,020	0,20
1200	0,020	0,20
Classe 1.4571		
20	0,060	0,40
100	0,060	0,40
200	0,050	0,40
300	0,040	0,40
400	0,030	0,40
500	0,025	0,40
600	0,020	0,35
700	0,020	0,30
800	0,020	0,20
900	0,020	0,20
1000	0,020	0,20
1100	0,020	0,20
1200	0,020	0,20

Tabela 2.4: Fator de redução e extensão última para utilização dos métodos de cálculo avançados (CEN, 2005b)

Temperatura do aço θ_a	Factor de redução (referido a E_a) para a inclinação da recta que representa o domínio elástico $k_{\text{Ect},\theta} = E_{\text{ct},\theta} / E_a$	Extensão última $\epsilon_{u,\theta}$ [-]
Classe 1.4003		
20	0,055	0,20
100	0,030	0,20
200	0,030	0,20
300	0,030	0,20
400	0,030	0,15
500	0,030	0,15
600	0,030	0,15
700	0,030	0,15
800	0,030	0,15
900	0,030	0,15
1000	0,030	0,15
1100	0,030	0,15
1200	0,030	0,15
Classe 1.4462		
20	0,100	0,20
100	0,070	0,20
200	0,037	0,20
300	0,035	0,20
400	0,033	0,20
500	0,030	0,20
600	0,030	0,20
700	0,025	0,15
800	0,025	0,15
900	0,025	0,15
1000	0,025	0,15
1100	0,025	0,15
1200	0,025	0,15

Tabela 2.5: Fator de redução e extensão última para utilização dos métodos de cálculo avançados (conclusão) (CEN, 2005b)

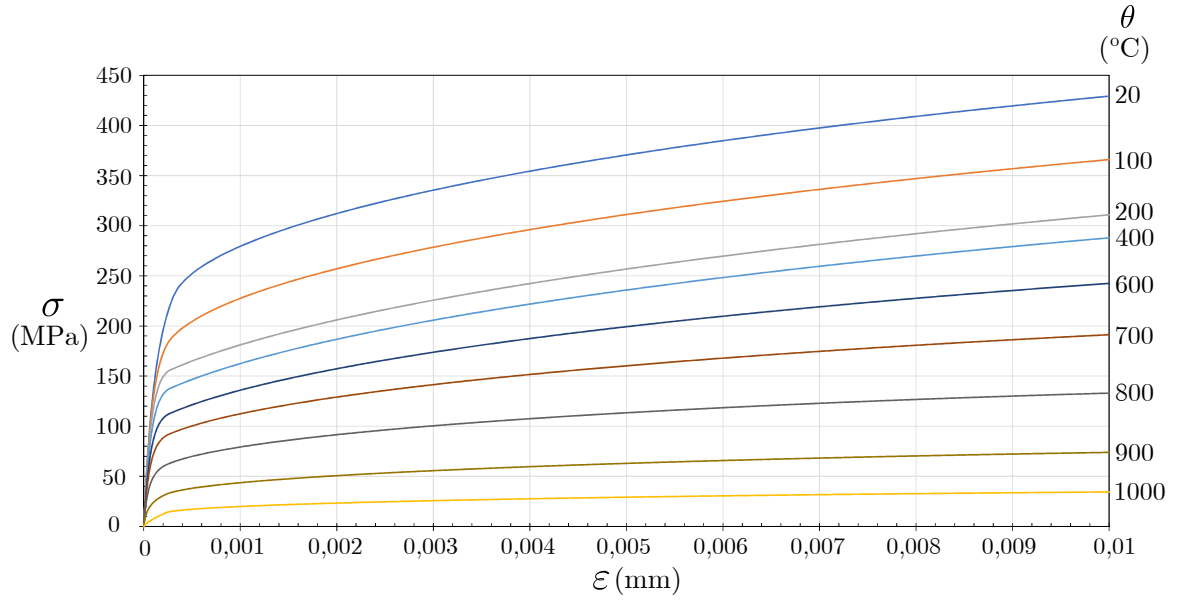


Figura 2.6: Lei constitutiva uniaxial para um aço inoxidável ($E_a = 200$ GPa, $\nu = 0,3$, $G_a = 76,923$ GPa, $f_y = 230$ MPa e $f_u = 540$ MPa)

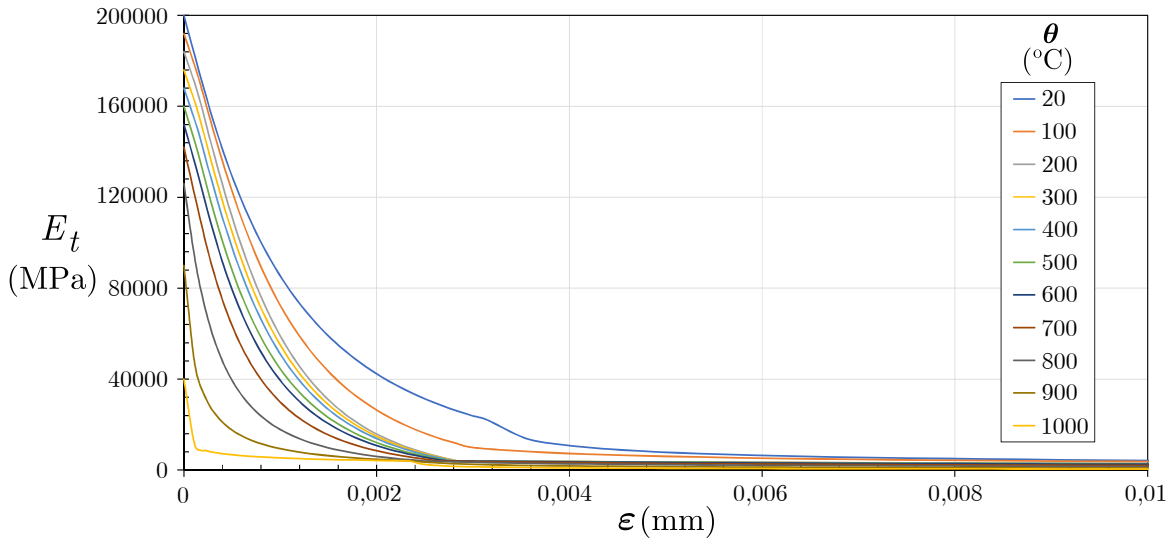


Figura 2.7: Variação do valor do módulo tangente, E_t , adotado na lei constitutiva uni-axial em função da extensão

Confirma-se a existência de duas zonas distintas da lei constitutiva em que os declives são bastante diferentes, marcada pela descontinuidade que ocorre no valor $\varepsilon_{c,\theta}$, em que à esquerda o valor do declive corresponde ao valor de E_t presente na Equação (2.1) e à direita o seu valor toma o da Equação (2.2). O andamento da função de dois ramos, que representa o valor de E_t , é ilustrado na Figura 2.7.

Capítulo 3

Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

3.1 Introdução

Neste trabalho propõe-se a utilização da Teoria Generalizada de Vigas (GBT, da designação em língua inglesa) para a análise de estabilidade de secções de parede fina abertas ou fechadas. Como tal, neste capítulo apresentam-se os conceitos fundamentais e a implementação desta teoria para duas metodologias de resolução: (i) solução semi-analítica e (ii) formulação com elementos finitos.

A GBT é uma teoria de barras cuja formulação integra conceitos da teoria de placas, para a qual a deformação da secção da barra é considerada (*i.e.*, modos de deformação). O primeiro trabalho sobre este tema foi publicado por Richard Schardt, tendo sido feitas ainda algumas pesquisas na década de 80 pelo mesmo grupo (Schardt, 1989). No entanto, só depois da divulgação efetuada por Davies e seus colaboradores (Davies e Leach, 1994) é que foram reconhecidas internacionalmente as potencialidades desta teoria no contexto da análise de estruturas de parede fina. Recentemente, a GBT tem sido desenvolvida e divulgada pela grupo de investigação liderado por Dinar Camotim (ver bibliografia em http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/?page_id=10).

A GBT baseia-se na ideia de aproximar um campo de deslocamentos através de uma combinação linear de “modos de deformação” da secção transversal, preliminarmente definidos, sendo que os graus de liberdade do sistema correspondem à amplitude de cada um desses modos na deformada final da peça. Os “modos de deformação” correspondem aos modos clássicos da teoria das peças lineares (extensão axial, flexão em torno do eixo de maior e menor inércia e torção em torno do centro de corte) e, para além disso, a modos que envolvem deformação no plano da secção e/ou empenamento.

Uma análise baseada na GBT segue três passos principais: (i) análise da secção transversal, (ii) análise da barra e (iii) pós-processamento da solução modal. O primeiro passo consiste na determinação dos modos de deformação para um certa secção transversal, tendo em conta as propriedades dos materiais que a constitui. A título de exemplo apresenta-se na Figura 3.1 a configuração dos 12 primeiros modos de deformação de uma secção em C com reforços: os primeiros quatro modos de deformação correspondem aos modos clássicos, o quinto e sexto modos são designados de “distorcionais” e os restantes modos são “locais de placa”.

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

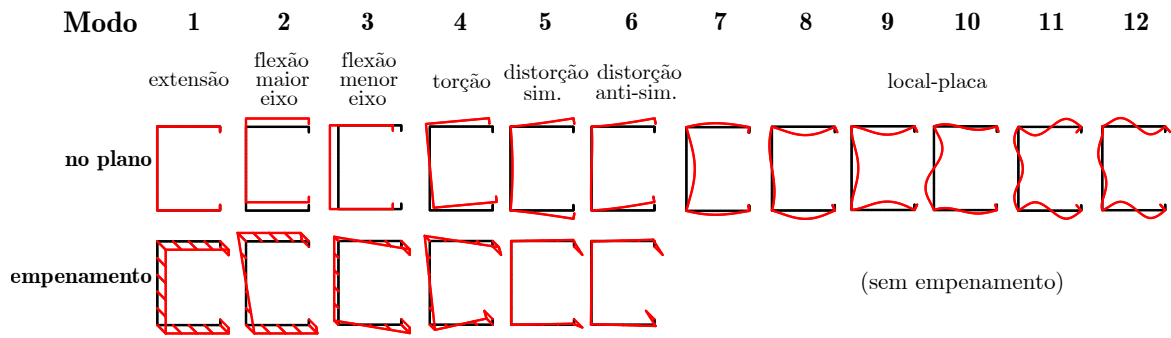


Figura 3.1: Configurações dos primeiros 12 modos de deformação de uma secção em C com reforços

O segundo passo prende-se com a determinação das equações de equilíbrio que constituem o problema. Esta parte será explicada em detalhe na Secção 3.3 do presente capítulo. A solução das equações pode ser obtida através de um método analítico, para casos específicos de carregamento e condições de apoio (ver Secção 3.6), ou através de uma formulação por elementos finitos (ver Secção 3.7). O terceiro e último passo corresponde ao pós-processamento da solução expressa em função de cada modo de deformação considerado.

A GBT proporciona vantagens significativas relativamente a outros métodos tradicionalmente aplicados na análise de barras de parede fina (o método das faixas finitas e o método dos elementos finitos de casca): (i) a participação modal permite avaliar a importância relativa dos vários modos e extrair conclusões referentes ao comportamento estrutural e, em consequência, (ii) é possível excluir os modos de deformação (graus de liberdade) com pouca ou nenhuma interferência na solução final, de modo a otimizar o processo sem afetar a precisão da solução. A otimização do processo pode ser conseguida, também, através da introdução de hipóteses simplificativas relativas aos campos de tensões e/ou deformações (ver Secção 3.3). Em geral, com a GBT, conseguem-se obter soluções muito precisas com muito menos graus de liberdade que os necessários em modelos finitos de casca ou faixas finitas.

3.2 Notação

De modo a clarificar a leitura do documento, procede-se à apresentação da notação empregue para definir as várias grandezas e as operações entre elas. É seguida a notação introduzida em (Gonçalves et al., 2018, Gonçalves et al., 2010a, Gonçalves & Camotim 2011).

Os vetores e matrizes são exibidos por letras a ***negrito itálico***. Denomina-se por \mathbf{A}^T a transposta da matriz \mathbf{A} .

As grandezas escalares são indicadas por letras em *itálico*.

As derivadas são representadas através de uma vírgula em índice inferior, seguida da variável em relação à qual se está a derivar (e.g., se $a = a(X,Y,Z)$, então $a_{,x} = \partial a / \partial X$).

Algumas grandezas estão associadas a comportamento de membrana ou de flexão, pelo que estas são assinaladas pelos índices $(.)^M$ e $(.)^F$, respetivamente.

Por fim, uma variação virtual é representada por δ e uma variação incremental/iterativa por Δ . Utiliza-se um d no caso de não ser necessário especificar a natureza da variação.

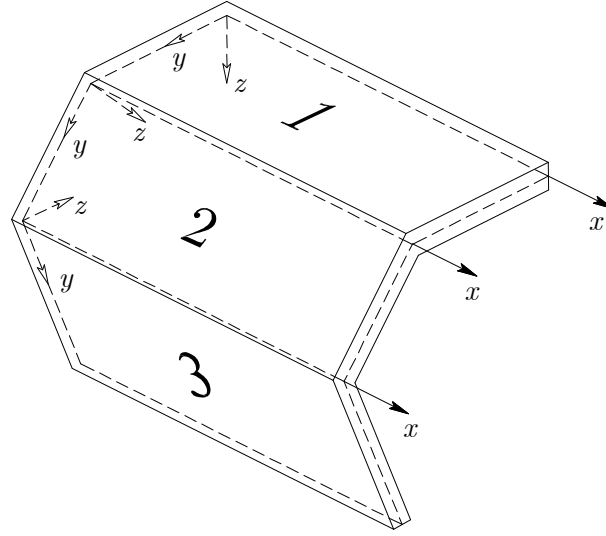


Figura 3.2: Secção arbitrária de parede fina com eixos locais de cada parede (Gonçalves & Camotim, 2011)

3.3 Equações fundamentais

Considera-se a secção de parede fina arbitrária, representada na Figura 3.2. Nesta figura, são representados os eixos locais de cada parede xyz , sendo x paralelo ao eixo longitudinal da barra, y o eixo que define o plano médio de cada parede e z o eixo ortogonal ao plano dessa parede.

Para a resolução de problemas de análises de primeira ordem e de estabilidade, consideram-se as seguintes hipóteses simplificativas:

(i) *Hipótese de Kirchhoff-Love*: as fibras normais ao plano médio permanecem retas ao plano médio, perpendiculares e inextensíveis; as tensões normais perpendiculares ao plano podem ser consideradas nulas (ver Figura 3.3).

(ii) *Hipótese de Vlasov*: assume-se que na superfície média é nula a distorção entre duas fibras inicialmente orientadas segundo x e y . Esta hipótese é a generalização da *Hipótese de Bernoulli* e é apenas aceitável para secções de parede fina abertas.

(iii) *Hipótese de inextensibilidade transversal*: as paredes da secção são inextensíveis no plano da secção transversal. Tal significa que as fibras do plano médio de cada parede paralelas ao eixo y não sofrem extensão durante a deformação, *i.e.*, a extensão transversal de membrana é nula.

Na notação tradicional da GBT, as componentes do deslocamento segundo cada um dos eixos locais da parede (x, y, z), designam-se por U_x , U_y e U_z , dando origem ao vetor

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

As componentes do tensor de deformação, admitindo a hipótese dos pequenos desloca-

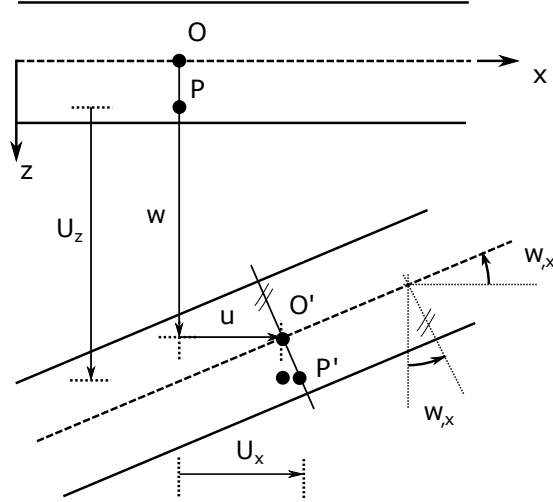


Figura 3.3: Ilustração da hipótese de Kirchhoff ($w_{,x} < 0$) (Henriques, 2014)

mentos, são dadas por

$$\varepsilon_{xx} = U_{x,x}, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{yy} = U_{y,y}, \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{zz} = U_{z,z}, \quad (3.4)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = U_{x,y} + U_{y,x}, \quad (3.5)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = U_{x,z} + U_{z,x}, \quad (3.6)$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = U_{y,z} + U_{z,y}. \quad (3.7)$$

Agrupando as diferentes componentes na forma matricial resulta

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Visto se considerarem secções de parede fina, é admissível a utilização da hipótese de Kirchhoff-Love, pelo que

$$\varepsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0. \quad (3.9)$$

O anulamento destas componentes permite simplificar o tensor de deformação, conduzindo à seguinte forma vetorial final

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Devido ao facto de se ter utilizado a hipótese Kirchhoff-Love, é possível escrever o deslocamento de um ponto P genérico da parede em função apenas do deslocamento do plano médio dessa parede. Na Figura 3.3 verifica-se a veracidade da afirmação: no plano xz designa-se por u a componente de deslocamento do plano médio segundo x (parcela de membrana) e por w a

componente de deslocamento do plano médio segundo z (parcela de flexão). O deslocamento do ponto P , situado à cota z , é dado por

$$U_x^P = u - z w_{,x}, \quad (3.11)$$

$$U_z^P = w. \quad (3.12)$$

Analogamente, obtém-se o deslocamento para o plano perpendicular

$$U_y^P = v - z w_{,y}, \quad (3.13)$$

designando-se por v a componente de deslocamento do plano médio segundo y . Assim sendo, o campo de deslocamentos (3.1) é escrito como

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \begin{bmatrix} u - z w_{,x} \\ v - z w_{,y} \\ w \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Conforme foi já referido, a GBT aproxima o campo de deslocamentos através de uma combinação linear de “modos de deformação” da secção transversal, preliminarmente definidos. Assim, cada componente de deslocamento, u , v , w é expressa através de uma combinação linear de funções que dependem apenas de y (os modos de deformação) e funções de amplitude que dependem apenas de x (as funções de amplitude), na forma

$$u(x, y) = \sum_{k=1}^N \bar{u}_k(y) \varphi_k(x), \quad (3.15)$$

$$v(x, y) = \sum_{k=1}^N \bar{v}_k(y) \phi_k(x), \quad (3.16)$$

$$w(x, y) = \sum_{k=1}^N \bar{w}_k(y) \psi_k(x), \quad (3.17)$$

onde $\bar{u}_k(y)$, $\bar{v}_k(y)$, $\bar{w}_k(y)$ são as componentes dos deslocamentos para o modo k ao longo de x , y e z , respetivamente, e $\varphi_k(x)$, $\phi_k(x)$, $\psi_k(x)$ são as respetivas funções de amplitude longitudinais, que constituem as incógnitas do problema. N corresponde ao número total de modos de deformação.

As componentes de deslocamento dos modos de deformação (\bar{u}_k , \bar{v}_k , \bar{w}_k) podem ser obtidas, eficazmente e celeremente, através do programa *GBTUL*, procedendo à “análise da secção transversal da GBT”, explicada em Gonçalves et al. (2010b) e Bebiano et al. (2018). Este programa é *freeware* e encontra-se disponível em www.civil.ist.utl.pt/gbt.

Visto que o presente trabalho é dirigido a secções abertas, é válida a utilização da hipótese de Vlasov ($\gamma_{xy}^M = 0$), pelo que

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}^M &= u(x, y)_{,y} + v(x, y)_{,x} \\ &= \left(\sum_{k=1}^N \bar{u}_k(y) \varphi_k(x) \right)_{,y} + \left(\sum_{k=1}^N \bar{v}_k(y) \phi_k(x) \right)_{,x} \\ &= \sum_{k=1}^N \bar{u}_{k,y}(y) \varphi_k(x) + \sum_{k=1}^N \bar{v}_k(y) \phi_{k,x}(x). \end{aligned}$$

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

Para que a soma anterior seja igual a zero, é necessário que se verifiquem em simultâneo as duas condições seguintes

$$\begin{cases} \bar{u}_{k,y}(y) &= -\bar{v}_k(y), \\ \varphi_k(x) &= \phi_{k,x}(x). \end{cases} \quad (3.18)$$

Assim para cada modo de deformação, os deslocamentos transversais \bar{v} podem ser obtidos diretamente a partir dos deslocamentos longitudinais \bar{u} e as respetivas funções de amplitude estão relacionadas. De modo a respeitar as condições de compatibilidade, a ocorrência de deslocamentos transversais \bar{v} provoca em geral deslocamentos \bar{w} (em diferentes paredes), pelo que as funções de amplitude respetivas têm de verificar a seguinte condição

$$\varphi_k(x) = \psi_k(x). \quad (3.19)$$

Em virtude dos resultados anteriores, as Equações (3.15)-(3.17) podem ser escritas agora como

$$u(x, y) = \bar{\mathbf{u}}^T \phi_{,x}, \quad (3.20)$$

$$v(x, y) = \bar{\mathbf{v}}^T \phi, \quad (3.21)$$

$$w(x, y) = \bar{\mathbf{w}}^T \phi. \quad (3.22)$$

Reside aqui uma das grandes diferenças entre a GBT e o Método das Faixas Finitas, em que os deslocamentos u , v e w são independentes.

Para a maior parte dos casos de estudo é aceitável, utilizar a hipótese de inextensibilidade transversal ($\varepsilon_{yy}^M = 0$). Desenvolvendo esta hipótese, a partir da expressão (3.3) e (3.14) obtém-se

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy}^M &= U_{y,y}(z=0) = 0 \\ &\Leftrightarrow v_{,y} = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{k=1}^N \bar{v}_{k,y} \phi_k = 0 \Rightarrow \bar{v}_{k,y} = 0, \end{aligned}$$

pelo que demonstra-se da expressão anterior que

$$\bar{v}_k(y) = c^{te}. \quad (3.23)$$

Recorrendo de novo à hipótese de Vlasov, mais especificamente à primeira igualdade de (3.18), conclui-se finalmente que

$$\bar{v}_k = -\bar{u}_{k,y} \Rightarrow \bar{u}_k = \text{linear}. \quad (3.24)$$

Isto significa que, para cada modo de deformação, os deslocamentos longitudinais são lineares ao longo da linha média da secção transversal e o espaço de funções admissíveis tem dimensão igual ao número de nós da secção transversal.

A implementação das equações abordadas anteriormente é facilitada transformando-as numa forma matricial. A Equação (3.14) pode ser escrita, dividida nas componentes na direção y e x , da seguinte forma

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \Xi_U(y, z) \begin{bmatrix} \phi(x) \\ \phi_{,x}(x) \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$\Xi_U(y, z) = \Xi_U^M(y) + z \Xi_U^F(y), \quad (3.26)$$

onde as matrizes auxiliares Ξ_U^M e Ξ_U^F definem as componentes de membrana e flexão, respetivamente. Estas são dadas por

$$\Xi_U^M(y) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{u}}^T(y) \\ \bar{\mathbf{v}}^T(y) & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{w}}^T(y) & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

$$\Xi_U^F(y) = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{w}}^T(y) \\ \bar{\mathbf{w}}_{,y}^T(y) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Em relação à deformação, a Equação (3.10) pode ser escrita como

$$\varepsilon(x, y, z) = \Xi_\varepsilon(y, z) \begin{bmatrix} \phi(x) \\ \phi_{,x}(x) \\ \phi_{,xx}(x) \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

$$\Xi_\varepsilon(y, z) = \Xi_\varepsilon^M(y) + z \Xi_\varepsilon^F(y), \quad (3.30)$$

onde as matrizes auxiliares nas componentes de membrana e flexão são

$$\Xi_\varepsilon^M(y) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{u}}^T(y) \\ \bar{\mathbf{v}}_{,y}^T(y) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\bar{\mathbf{u}}_{,y}(y) + \bar{\mathbf{v}}(y))^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

$$\Xi_\varepsilon^F(y) = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{w}}^T(y) \\ \bar{\mathbf{w}}_{,yy}^T(y) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\bar{\mathbf{w}}_{,y}^T(y) & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Em relação às tensões, considerando que as paredes estão sujeitas a um estado plano de tensão ($\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$), pode escrever-se

$$\boldsymbol{\sigma}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Para o caso elástico linear e pequenas deformações, a relação constitutiva é

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.34)$$

em que, para os termos de flexão ($\varepsilon_{yy}^F \neq 0$), \mathbf{C} é dado por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{E_a}{1-\nu^2} & \frac{\nu E_a}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E_a}{1-\nu^2} & \frac{E_a}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_a \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

onde E_a corresponde ao módulo de elasticidade, ν ao coeficiente de Poisson e G_a ao módulo de distorção. Para os termos de membrana ($\varepsilon_{yy}^M = 0$), \mathbf{C} é dado por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} E_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_a \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

Para o caso elastoplástico a relação constitutiva incremental entre tensões e deformações infinitesimais é escrita como

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_t d\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.37)$$

onde \mathbf{C}_t é a matriz constitutiva tangente elastoplástica. Considerando um estado plano de tensão, a matriz constitutiva tangente é dada por (Gonçalves et al., 2010a)

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} C_t^{xx} & C_t^{xy} & 0 \\ C_t^{xy} & C_t^{yy} & 0 \\ 0 & 0 & G_t \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

em que os coeficientes C_t^{yy} , C_t^{xx} , C_t^{xy} e G_t serão apresentados adiante. Caso se considere que $d\varepsilon_{yy}^M = 0$, a matriz tangente constitutiva para os termos de membrana é dada por

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_t \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

3.4 Equações de equilíbrio para o caso linear a 20 °C

Para obter as equações de equilíbrio, no caso de uma análise linear, usa-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, admitindo que existem apenas cargas ($\bar{\mathbf{q}}^T = [\bar{q}_x \ \bar{q}_y \ \bar{q}_z]$) aplicadas na superfície média das paredes. As equações são dadas por

$$\delta W_{int} + \delta W_{ext} = - \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_\Omega \delta \mathbf{U}^T \bar{\mathbf{q}} d\Omega = 0, \quad (3.40)$$

onde V e Ω representam o volume e a superfície média da barra, respetivamente. Tendo em conta as Equações (3.25) e (3.29), a expressão anterior resulta em

$$- \int_V \left(\boldsymbol{\Xi}_\varepsilon(y) \begin{bmatrix} \delta\phi(x) \\ \delta\phi_{,x}(x) \\ \delta\phi_{,xx}(x) \end{bmatrix} \right)^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_\Omega \left(\boldsymbol{\Xi}_U^M(y) \begin{bmatrix} \delta\phi(x) \\ \delta\phi_{,x}(x) \end{bmatrix} \right)^T \bar{\mathbf{q}} d\Omega = 0, \quad (3.41)$$

$$\Leftrightarrow - \int_V \begin{bmatrix} \delta\phi(x) \\ \delta\phi_{,x}(x) \\ \delta\phi_{,xx}(x) \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Xi}_\varepsilon^T(y) \mathbf{C} \boldsymbol{\Xi}_\varepsilon(y) \begin{bmatrix} \phi(x) \\ \phi_{,x}(x) \\ \phi_{,xx}(x) \end{bmatrix} dV + \int_\Omega \begin{bmatrix} \delta\phi(x) \\ \delta\phi_{,x}(x) \end{bmatrix}^T (\boldsymbol{\Xi}_U^M(y))^T \bar{\mathbf{q}} d\Omega = 0. \quad (3.42)$$

Desenvolvendo o primeiro termo da equação anterior, obtém-se

$$\int_L \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\phi_{,x} \\ \delta\phi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_2^T & \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \phi_{,x} \\ \phi_{,xx} \end{bmatrix} dx, \quad (3.43)$$

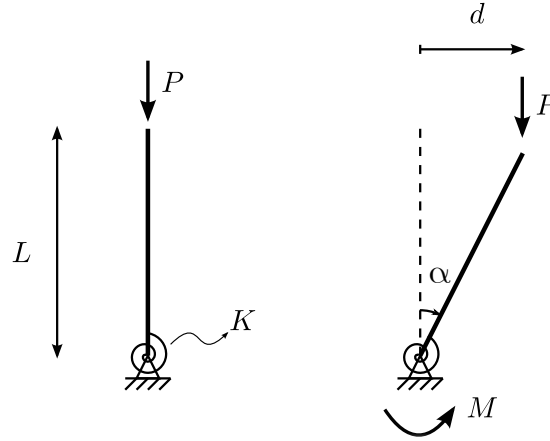


Figura 3.4: Modelo com um grau de liberdade: geometria inicial e configuração deformada

onde \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 são as matrizes da GBT dadas por

$$\mathbf{B} = \int_S \frac{E_a}{1 - \nu^2} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}}_{,yy} \bar{\mathbf{w}}_{,yy}^T dy, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{C} = \int_S \left(E_a t \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}^T + \frac{E_a}{1 - \nu^2} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^T \right) dy, \quad (3.45)$$

$$\mathbf{D}_1 = \int_S G_a \left(t (\bar{\mathbf{u}}_y + \bar{\mathbf{v}}) (\bar{\mathbf{u}}_y + \bar{\mathbf{v}})^T + \frac{t^3}{3} \bar{\mathbf{w}}_{,y} \bar{\mathbf{w}}_{,y}^T \right) dy, \quad (3.46)$$

$$\mathbf{D}_2 = \int_S \frac{\nu E_a}{1 - \nu^2} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}}_{,yy} \bar{\mathbf{w}}^T dy, \quad (3.47)$$

em que t é a espessura, S é a linha média da secção transversal e E_a é o parâmetro que permite variar as propriedades do material em função da temperatura, sendo que neste caso, para uma temperatura de 20 °C, $k_{E,\theta} = 1$, logo, $E_{a,\theta} = E_a$.

3.5 Análise linear de estabilidade

Antes de avançar para a apresentação das equações da GBT no caso de uma análise linear de estabilidade, aborda-se o conceito de carga de bifurcação. Para a compreensão do mesmo, considera-se um modelo com um grau de liberdade representado na Figura 3.4, no qual P é a carga aplicada no topo de uma barra rígida, de comprimento L , cujo ponto fixo é encastrado parcialmente através de uma mola de rotação de rigidez K . Neste modelo de um grau de liberdade, a configuração deformada pode ser caracterizada pelo ângulo α ou pela distância horizontal do ponto de aplicação da carga d . No apoio, na configuração deformada, a reação na mola vale M .

A equação de equilíbrio da barra corresponde a (equação de momentos no apoio)

$$M - Pd = 0, \quad (3.48)$$

sendo que $d = L \sin \alpha$. Com base na relação constitutiva da mola, $M = K\alpha$, a equação de equilíbrio resulta em

$$K\alpha - PL \sin \alpha = 0. \quad (3.49)$$

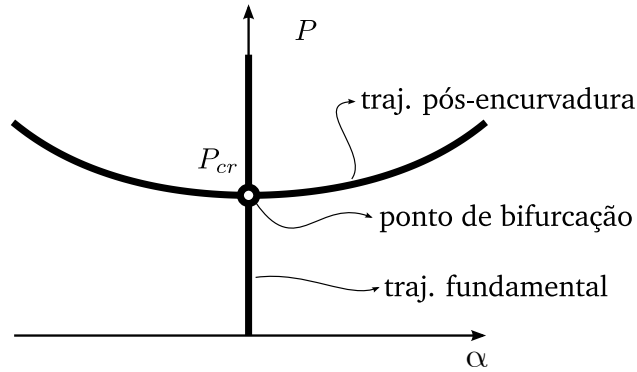


Figura 3.5: Trajetórias do modelo da Figura 3.4

Esta equação é não-linear em α e admite as seguintes soluções

$$\begin{cases} \alpha &= 0, \\ P &= \frac{K\alpha}{L \sin \alpha}. \end{cases} \quad (3.50)$$

Na trajetória fundamental (1º ramo da Eq. (3.50)), a barra mantém-se vertical, não produzindo um momento na mola. Em contrapartida, na trajetória de pós-encurvadura (2º ramo da Eq. (3.50)), para garantir o equilíbrio, é necessário que se verifique uma relação precisa entre os valores da carga P e do ângulo α . As duas trajetórias interseitam-se num ponto que é designado de “ponto de bifurcação” (Figura 3.5), no qual a carga é dada por

$$P = P_{cr} = \frac{K}{L}, \quad (3.51)$$

sendo que P_{cr} é designada por “carga crítica de bifurcação”.

Uma análise linear de estabilidade permite determinar diretamente as cargas de bifurcação sem obter a trajetória de pós-encurvadura. Para isso, a Equação de equilíbrio (3.49) é linearizada fazendo $\sin \alpha \approx \alpha$, o que permite obter imediatamente o resultado dado pela Eq. (3.51).

No caso de sistemas contínuos é necessário começar por obter o tensor de deformação de Green-Lagrange, dado por

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i} + U_{k,i}U_{k,j}), \quad (3.52)$$

onde se admite a convenção de soma no índice k .

Numa análise linear de estabilidade, admite-se que as deformações de pré-encurvadura são desprezáveis e, para peças lineares, é normalmente suficiente considerar os termos não-lineares apenas associados à deformação longitudinal de membrana (E_{xx}), desprezando ainda a contribuição dos deslocamentos longitudinais para o termo não-linear. Posto isto, o tensor de deformação de Green-Lagrange na forma vetorial, \mathbf{E} , é dado por

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \begin{bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2 E_{xy} \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

em que as componentes do tensor, admitindo as hipóteses de extensão transversal de membrana e distorção de membrana nulas, são dadas por

$$\begin{aligned} E_{xx} &= u_{,x} + \frac{1}{2}(v_{,x}^2 + w_{,x}^2) - z w_{,xx}^2, \\ E_{yy} &= -z w_{,yy}, \\ 2E_{xy} &= -2z w_{,xy}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

O vetor das tensões é agora o segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff, \mathbf{S} , e é escrito da seguinte forma

$$\mathbf{S}(x, y, z) = \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{xy} \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

Para obter o sistema de equações necessário à determinação das cargas de bifurcação, utiliza-se novamente o Princípio dos Trabalhos Virtuais, cuja parcela interior se escreve agora como

$$\delta W_{int} = - \int_V \delta \mathbf{E}^T \mathbf{S} dV, \quad (3.56)$$

onde V é o volume inicial da peça.

Numa análise linear de estabilidade a equação de bifurcação corresponde a um problema de “tensões iniciais”, obtido a partir da linearização da equação do trabalho virtual na configuração inicial. Tem-se assim (admitindo que não ocorre trabalho das forças exteriores)

$$\Delta \left(- \int_V \delta \mathbf{E}^T \mathbf{S} dV \right) = 0 \Rightarrow - \int_V (\Delta \delta \mathbf{E}^T \mathbf{S} + \delta \mathbf{E}^T \Delta \mathbf{S}) dV = 0. \quad (3.57)$$

Admitindo-se que a única componente de tensão de pré-encurvadura é S_{xx} , o primeiro termo da equação anterior é dado por (recorde-se que a linearização é calculada na configuração inicial)

$$\int_V \Delta \delta \mathbf{E}^T \mathbf{S} dV = \int_L \int_S \lambda t \delta \phi_{,x}^T (\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}^T + \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^T) \Delta \phi_{,x} S_{xx}^M dy dx = \lambda \int_L \delta \phi_{,x}^T \mathbf{X} \Delta \phi_{,x} dx, \quad (3.58)$$

onde L é o comprimento inicial da peça, λ é o parâmetro de carga, S_{xx}^M são as tensões de membrana longitudinais para $\lambda = 1$.

O segundo termo da equação do trabalho virtual é dado por

$$\int_V \delta \varepsilon^T \mathbf{C}_t \Delta \varepsilon dV = \int_L \begin{bmatrix} \delta \phi \\ \delta \phi_{,x} \\ \delta \phi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B}_t & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{2t} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{1t} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{2t}^T & \mathbf{0} & \mathbf{C}_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \phi_{,x} \\ \Delta \phi_{,xx} \end{bmatrix} dx. \quad (3.59)$$

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

As matrizes da GBT são agora dadas por

$$\mathbf{B}_t = \int_S C_t^{yy} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}}_{,yy} \bar{\mathbf{w}}_{,yy}^T dy, \quad (3.60)$$

$$\mathbf{C}_t = \int_S \left(E_t t \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}^T + C_t^{xx} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^T \right) dy, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{D}_{1t} = \int_S G_t \left(t (\bar{\mathbf{u}}_y + \bar{\mathbf{v}}) (\bar{\mathbf{u}}_y + \bar{\mathbf{v}})^T + \frac{t^3}{3} \bar{\mathbf{w}}_{,y} \bar{\mathbf{w}}_{,y}^T \right) dy, \quad (3.62)$$

$$\mathbf{D}_{2t} = \int_S C_t^{xy} \frac{t^3}{12} \bar{\mathbf{w}}_{,yy} \bar{\mathbf{w}}^T dy, \quad (3.63)$$

$$\mathbf{X} = \int_S S_{xx} t (\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}^T + \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^T) dy, \quad (3.64)$$

onde E_t é o módulo tangente e C_t^{yy} , C_t^{xx} , C_t^{xy} e G_t são os coeficientes da matriz tangente constitutiva (nestas expressões as componentes de membrana encontram-se multiplicadas por t e as componentes de flexão por t^3). Estes coeficientes dependem da lei elastoplástica considerada. No presente trabalho consideram-se a teoria J_2 (Von Mises) incremental e da deformação (Gonçalves et al., 2010a). Para o caso da teoria incremental, os coeficientes são dados por

$$C_t^{xx} = \frac{E_a^2 + 4E_a H'}{(5 - 4\nu)E_a - (\nu^2 - 1)4H'}, \quad (3.65)$$

$$C_t^{yy} = \frac{4E_a^2 + 4E_a H'}{(5 - 4\nu)E_a - (\nu^2 - 1)4H'}, \quad (3.66)$$

$$C_t^{xy} = \frac{2E_a^2 + 4\nu E_a H'}{(5 - 4\nu)E_a - (\nu^2 - 1)4H'}, \quad (3.67)$$

$$G_t = G_a, \quad (3.68)$$

e, para o caso da teoria da deformação, por

$$C_t^{xx} = \frac{E_a^2 + (1 + 3e_s)E_a H'}{(3e_s + 2 - 4\nu)E_a - (4\nu^2 - 3e_s - 1)H'}, \quad (3.69)$$

$$C_t^{yy} = \frac{4E_a^2 + 4E_a H'}{(3e_s + 2 - 4\nu)E_a - (4\nu^2 - 3e_s - 1)H'}, \quad (3.70)$$

$$C_t^{xy} = \frac{2E_a^2 + 4\nu E_a H'}{(3e_s + 2 - 4\nu)E_a - (4\nu^2 - 3e_s - 1)H'}, \quad (3.71)$$

$$G_t = G_s = \frac{E_a}{2\nu - 1 + 3e_s}, \quad (3.72)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade inicial, G_a é o módulo de distorção inicial, ν é o coeficiente de Poisson, E_s é o módulo secante ($E_s = \sigma/\varepsilon$), $H' = E_t/(1 - E_t/E_a)$ e $e_s = E_a/E_s$.

A análise pode ser simplificada quando se trata de elementos simplesmente apoiados sujeitos a estados de tensão uniforme. Neste caso, funções de amplitude sinusoidais da forma $\Delta\phi_k = \bar{\phi}_k \sin(n\pi x/L)$ constituem a solução exata, onde n é o número de semi-ondas do modo de instabilidade e $\bar{\phi}_k$ é a amplitude do modo de deformação k . Substituindo a solução exata na Equação de bifurcação (3.57), tendo em conta (3.58) e (3.59), obtém-se

$$\left(\frac{n\pi^2}{L^2} \mathbf{C} + \mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_2^T + \frac{L^2}{n\pi^2} \mathbf{B} + \lambda \mathbf{X} \right) \bar{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{0}. \quad (3.73)$$

Esta abordagem é eficiente computacionalmente, dado que o número de incógnitas é igual ao número de modos de deformação incluídos na análise. Cada carga de bifurcação λ (valor próprio) está associado a um modo de instabilidade $\bar{\phi}$ (vetor próprio), cujos elementos correspondem à participação de cada modo de deformação da GBT, $\bar{\phi}_k$.

3.6 Implementação da solução semi-analítica

É usada a solução semi-analítica da GBT para determinar as cargas de bifurcação (análise linear de estabilidade) elásticas e elastoplásticas de secções de parede fina de aço inoxidável sujeitas a uma compressão uniforme e expostas ao fogo.

A introdução dos dados necessária prende-se inicialmente com a definição das propriedades da secção, sendo estas as propriedades dos materiais, as dimensões da secção, o número de nós intermédios e a espessura das paredes. Em relação à discretização do problema, define-se o comprimento da peça, a temperatura e o número de modos de deformação que contribuem para a análise. Para calcular e seleccionar estes modos recorre-se ao programa *GBTUL*, que lê os dados relativos à secção transversal já introduzidos. É necessário ter em atenção que apenas podem ser contabilizados modos até ao último modo local, inclusive (excluem-se os modos de corte e os modos de extensão transversal). Esta decisão advém do facto de se aplicarem apenas forças nas extremidades (como se verá adiante), o que não provoca extensão transversal significativa na secção. Para além disso, só assim podem ser respeitadas as hipóteses simplificativas adotadas.

Em relação à análise propriamente dita, para o caso elastoplástico, segue-se a relação constitutiva (3.37), tendo em conta a respetiva matriz constitutiva tangente. Os coeficientes desta matriz são usados para calcular as matrizes da GBT segundo as Equações (3.60) - (3.64), pelo que o cálculo da carga de bifurcação (3.73), λ , é dependente dos mesmos. A partir do momento em que essa dependência é tida em conta por meio do módulo tangente, E_t , é necessário calcular a carga crítica (a mais baixa carga de bifurcação) iterativamente.

O processo de cálculo desta carga é realizado incrementando λ e calculando os coeficientes da matriz constitutiva e λ_{cr} a cada passo. Se $\lambda > \lambda_{cr}$, é necessário que o passo seja dado no sentido inverso, no sentido de decremento de ε , ou seja, de λ . Tal é detetado comparando o valor de λ determinado a partir da lei do material, com o valor λ_{cr} que é a carga crítica obtida através da Equação de bifurcação (3.73). O processo iterativo é realizado até que $|\lambda_{cr} - \lambda|$ seja inferior a uma tolerância de 0,001, dada como aceitável. Para aumentar a rapidez do processo, as matrizes da GBT são inicialmente escritas sem os módulos tangentes e são apenas atualizados a cada incremento, multiplicando cada matriz pelo correspondente módulo.

Para o caso elástico, a relação constitutiva corresponde à apresentada na Secção 3.4 (ver (3.34)), onde E_a é o módulo de elasticidade que é afetado pelo fator $k_{E,\theta}$ (ver Eq. (2.9)). Este é o único fator a considerar das tabelas de fatores presentes no Capítulo 2, ao contrário do caso elastoplástico que tem em conta todos os fatores para estabelecer a lei constitutiva apresentada (ver Figura 2.5). Para este caso, não é necessário recorrer a um processo iterativo, pois as matrizes da GBT não dependem do módulo tangente, mas apenas de E_a , pelo que a carga crítica, λ_{cr} , é obtida diretamente da equação de bifurcação.

3.7 Formulação de um elemento finito

Segue-se nesta secção a formulação proposta por Gonçalves e Camotim (2011), que se baseia na interpolação das funções de amplitude, originando duas parcelas, da forma

$$\phi(x) = \Psi(x) \mathbf{d}, \quad (3.74)$$

onde Ψ é a matriz que contém as funções de interpolação e \mathbf{d} é o vetor que contém as incógnitas do problema (valores e derivadas das funções de amplitudes nos nós).

Para satisfazer as condições de compatibilidade é exigido que as funções de interpolação sejam de classe C^1 para os modos que envolvam deslocamentos $\bar{w} \neq 0$, devido à derivada em ordem a x na componente U_x (ver Eq. (3.14)). Assim, para estes modos, utilizam-se funções de interpolação cúbicas de Hermite (Figura 3.6), as quais são definidas como

$$H_1 = 2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 - 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 1, \quad (3.75)$$

$$H_2 = l \left(\left(\frac{x}{l} \right)^3 - 2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \frac{x}{l} \right), \quad (3.76)$$

$$H_3 = -2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2, \quad (3.77)$$

$$H_4 = l \left(\left(\frac{x}{l} \right)^3 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right), \quad (3.78)$$

onde l é o comprimento do elemento finito. Deste modo, as funções de amplitude de cada modo k são aproximadas por

$$\phi_k(x) = H_1 \phi_k(0) + H_2 \phi_{k,x}(0) + H_3 \phi_k(l) + H_4 \phi_{k,x}(l). \quad (3.79)$$

Para os modos com deslocamentos axiais apenas, ou seja, “modos de empenamento” ($\bar{u}_k \neq 0$ e $\bar{v}_k = \bar{w}_k = 0$), é apenas exigida continuidade C^0 . Note-se contudo que a função de amplitude surge derivada em ordem a x - ver Eq. (3.20), pelo que não é possível utilizar as funções de Hermite mencionadas acima, pois as funções H_1 e H_3 são linearmente dependentes ($H_{1,x} = 6 \frac{x^2}{l^3} - 6 \frac{x}{l^2} = -H_{3,x}$). Para contornar a situação, recorre-se a polinómios lineares e quadráticos (Figura 3.7), dados por

$$F_1 = 1 - \frac{x}{l}, \quad (3.80)$$

$$F_2 = \frac{x}{l}, \quad (3.81)$$

$$F_3 = 4 \left(\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right). \quad (3.82)$$

Assim sendo, a aproximação de $\phi_{k,x}(x)$ é feita da seguinte forma

$$\phi_{k,x}(x) = F_1 \phi_{k,x}(0) + F_3 \phi_{k,x}(l/2) + F_2 \phi_{k,x}(l). \quad (3.83)$$

Obtém-se assim um elemento finito de três nós, em que o primeiro nó ($x = 0$) está relacionado com F_1 , H_1 e H_2 , o segundo nó ($x = l/2$) relaciona-se com F_3 e o terceiro nó ($x = l$) está associado a F_2 , H_3 e H_4 . Considerando um total de N modos, nos quais os primeiros

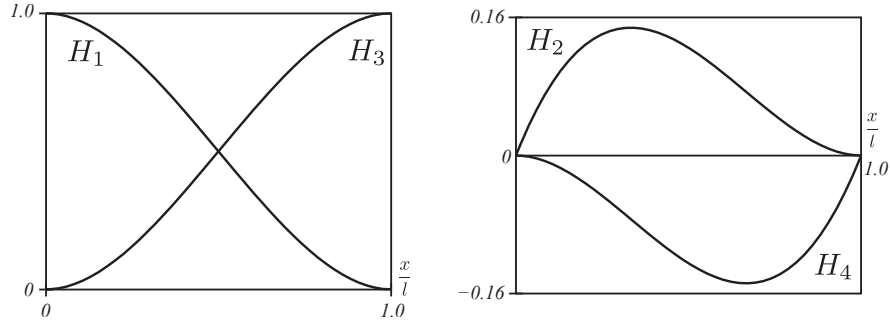


Figura 3.6: Funções de interpolação de Hermite (adaptado de Peres, 2015)

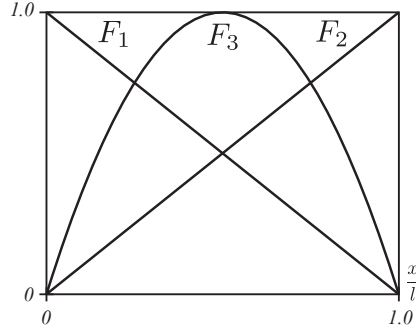


Figura 3.7: Funções de interpolação de Lagrange (adaptado de Peres, 2015)

correspondem aos modos de empenamento (N_w - *warping*), a matriz Ψ tem dimensão $N \times (4N - N_w)$ e organiza-se da seguinte forma

$$\Psi = \left[\begin{array}{c|c|c|c} P(\tilde{F}_1) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & P(\tilde{F}_3) \\ \mathbf{0} & \tilde{H}_1 & \tilde{H}_2 & \mathbf{0} \end{array} \right] \begin{array}{c} P(\tilde{F}_2) \\ \mathbf{0} \\ \tilde{H}_3 \\ \tilde{H}_4 \end{array}, \quad (3.84)$$

onde \tilde{A} é uma matriz diagonal que contém na sua diagonal principal a função A de dimensão igual ao número de modos de deformação associados, e $P(A)$ representa a primitiva da função A em relação a x (devido à existência de primeiras derivadas, em função de x - ver Eq. (3.20)).

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

Assim, o vetor-coluna \mathbf{d} de dimensão $4N - N_w$ é dado por

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \phi_{1,x}(0) \\ \vdots \\ \phi_{N_w,x}(0) \\ \hline \phi_{N_w+1}(0) \\ \vdots \\ \phi_N(0) \\ \hline \phi_{N+1,x}(0) \\ \vdots \\ \phi_{2N-N_w,x}(0) \\ \hline \phi_{1,x}(l/2) \\ \vdots \\ \phi_{N_w,x}(l/2) \\ \hline \phi_{1,x}(l) \\ \vdots \\ \phi_{N_w,x}(l) \\ \hline \phi_{N_w+1}(l) \\ \vdots \\ \phi_N(l) \\ \hline \phi_{N+1,x}(l) \\ \vdots \\ \phi_{2N-N_w,x}(l) \end{bmatrix}. \quad (3.85)$$

As variações virtuais (δ) e incrementais (Δ) das funções de amplitude são naturalmente dadas por,

$$\delta\phi = \mathbf{\Psi} \delta\mathbf{d}, \quad \Delta\phi = \mathbf{\Psi} \Delta\mathbf{d}, \quad (3.86)$$

$$\delta\phi_{,x} = \mathbf{\Psi}_{,x} \delta\mathbf{d}, \quad \Delta\phi_{,x} = \mathbf{\Psi}_{,x} \Delta\mathbf{d}, \quad (3.87)$$

$$\delta\phi_{,xx} = \mathbf{\Psi}_{,xx} \delta\mathbf{d}, \quad \Delta\phi_{,xx} = \mathbf{\Psi}_{,xx} \Delta\mathbf{d}, \quad (3.88)$$

Assim, para o caso de uma análise linear, a expressão do trabalho virtual (3.41) é dada por

$$-\delta\mathbf{d}^T \int_V \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi} \\ \mathbf{\Psi}_{,x} \\ \mathbf{\Psi}_{,xx} \end{bmatrix}^T \mathbf{\Xi}_\varepsilon^T(y) \mathbf{C} \mathbf{\Xi}_\varepsilon(y) \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi} \\ \mathbf{\Psi}_{,x} \\ \mathbf{\Psi}_{,xx} \end{bmatrix} dV \mathbf{d} + \delta\mathbf{d}^T \int_\Omega \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi} \\ \mathbf{\Psi}_{,x} \end{bmatrix}^T (\mathbf{\Xi}_U^M(y))^T \bar{\mathbf{q}} d\Omega = 0, \quad (3.89)$$

na qual é possível identificar a matriz de rigidez \mathbf{K} ,

$$\mathbf{K} = \int_V \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix}^T \Xi_\varepsilon^T(y) \mathbf{C} \Xi_\varepsilon(y) \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix} dV, \quad (3.90)$$

e o vetor das forças externas \mathbf{F} ,

$$\mathbf{F} = \int_\Omega \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \end{bmatrix}^T (\Xi_U^M(y))^T \bar{\mathbf{q}} d\Omega. \quad (3.91)$$

As equações de equilíbrio podem ser então escritas na seguinte forma

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F}. \quad (3.92)$$

Para o caso de uma análise linear de estabilidade, a expressão do trabalho virtual (3.57), tendo em conta o desenvolvimento dos dois termos, (3.58) e (3.59), é dada por

$$\delta \mathbf{d}^T \left(\lambda \int_L \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{X} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix} dx + \int_L \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 & \mathbf{D}_2 \\ 0 & \mathbf{D}_1 & 0 \\ \mathbf{D}_2^T & 0 & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix} dx \right) \Delta \mathbf{d} = 0, \quad (3.93)$$

na qual é possível identificar a matriz geométrica \mathbf{G} ,

$$\mathbf{G} = \int_L \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{X} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix} dx, \quad (3.94)$$

e a matriz de rigidez \mathbf{K} ,

$$\mathbf{K} = \int_L \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 & \mathbf{D}_2 \\ 0 & \mathbf{D}_1 & 0 \\ \mathbf{D}_2^T & 0 & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi_{,x} \\ \Psi_{,xx} \end{bmatrix} dx. \quad (3.95)$$

A equação de bifurcação pode assim ser escrita na forma

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{G}) \Delta \mathbf{d} = \mathbf{0}. \quad (3.96)$$

3.7.1 Implementação da formulação por elementos finitos

A formulação por elementos finitos baseados na GBT permite a introdução de condições de apoio e cargas arbitrárias. O elemento finito proposto foi implementado em *MATLAB* (Mathworks, 2017) partindo das rotinas desenvolvidas por Henriques (2014), relativas a um elemento finito fisicamente não-linear da GBT para vigas retas. De seguida descrevem-se as partes principais das rotinas desenvolvidas. Descreve-se também como se implementam as condições de apoio e as cargas, como é possível visualizar os resultados partindo do *MATLAB* e clarifica-se a utilização do interface gráfico desenvolvido.

- Rotinas

Ao contrário do programa que implementa a solução semi-analítica, onde a introdução dos dados iniciais, como as propriedades dos materiais, as dimensões da secção, o número de nós intermédios e a espessura das paredes, são definidos diretamente no *script* do *MATLAB*, na implementação por elementos finitos recorre-se ao programa *GBTUL* para ler os dados relativos à secção transversal e calcular os modos de deformação. Esta escolha advém do facto deste programa permitir uma fácil introdução de dados, uma determinação rápida e eficaz dos modos de deformação e a visualização da configuração dos diferentes modos de deformação, o que é necessário para se poder definir quais destes devem ser incluídos na análise (segundo as restrições especificadas na Secção 3.6). Os parâmetros restantes para definir o problema, são: o número de elementos finitos, o comprimento da peça, o número de modos de deformação a considerar na análise, a temperatura, as condições de apoio e as cargas aplicadas.

Após a introdução destes dados é executada uma rotina que começa por realizar uma análise de primeira ordem (ver Secção 3.4) considerando apenas os primeiros três modos de deformação (axial, flexão em torno do eixo de maior inércia e flexão em torno do eixo de menor inércia), dado que apenas se consideram estes esforços na trajetória de pré-encurvadura. Calculam-se as matrizes auxiliares, nomeadamente as matrizes Ξ_ε e Ψ (e as suas derivadas) nos pontos de integração segundo y e x , respetivamente. Após o cálculo anterior, é determinada a matriz de rigidez (3.90) e o vetor das forças externas (3.91). A resolução do sistema (3.92) permite obter os valores e derivadas nodais das funções de amplitude (os graus de liberdade/ incógnitas do problema). Esta análise permite calcular as tensões de pré-encurvadura segundo x devidas às forças aplicadas.

Posteriormente é efetuada uma análise linear de estabilidade (ver Secção 3.5) considerando os modos de deformação especificados. Inicialmente, são calculadas novas matrizes auxiliares, Ξ_ε e Ψ (e as suas derivadas), que permitem calcular uma nova matriz de rigidez. É necessário recalculá-las pois consideram-se mais modos de deformação. Adicionalmente, calcula-se a matriz de rigidez geométrica tangente (3.94). Após a determinação destas matrizes resolve-se a Equação de bifurcação (3.96), sendo que os valores próprios correspondem a cargas de bifurcação e os vetores próprios aos respetivos modos de instabilidade.

O cálculo da matriz de rigidez de cada elemento é efetuado numa rotina isolada, recorrendo a uma integração numérica com a regra de quadradura de Gauss e utilizando as matrizes auxiliares mencionadas anteriormente. Como exemplo, representa-se na Figura 3.8 a numeração adotada para os pontos de integração: utilizam-se 3 pontos segundo x (direção longitudinal), 3 pontos segundo y e 2 pontos segundo z (a integração normalmente utilizada no contexto de elementos finitos da GBT (Gonçalves & Camotim, 2011)).

A matriz de rigidez de cada elemento possui $4N - N_w$ colunas e linhas (ver Secção 3.7) e a matriz de rigidez global tem dimensão $2Nn_e + 2N - N_w$, onde N é o número de modos de deformação considerados, N_w é o número de modos de empenamento considerados (no presente estudo de caso $N_w = 1$, correspondente ao modo axial) e n_e é o número de elementos finitos utilizados para discretizar a peça.

A forma de montagem das matrizes de cada elemento de modo a originar a matriz de rigidez global, é exemplificada na Figura 3.9, para $n_e = 2$, onde se indicam as funções de aproximação utilizadas em cada grau de liberdade, segundo a sequência adotada pelo

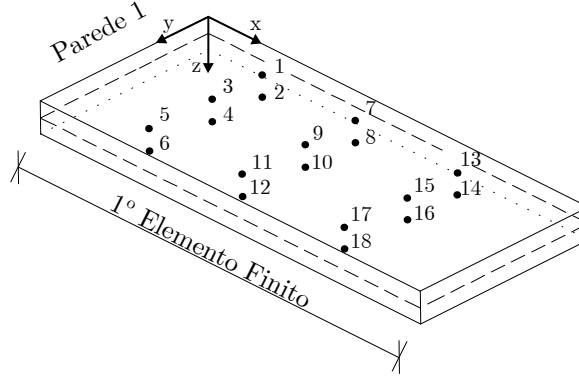


Figura 3.8: Numeração dos pontos de integração para uma parede

vetor \mathbf{d} (3.85). Na mesma figura, mostra-se a forma de montagem do vetor das forças externas, \mathbf{F} , para $n_e = 2$, a partir dos respectivos vetores elementares, de dimensão $4N - N_w$ (número de linhas).

• Implementação das condições de apoio

A introdução das condições de fronteira cinemáticas é conseguida à custa de restringir (eliminar) os graus de liberdade correspondentes do sistema de equações. A rotina desenvolvida permite restringir graus de liberdade nas extremidades da barra, ou seja, para $x = 0$ e/ou $x = l$, independentemente de corresponderem a modos convencionais (axial, flexão em torno do eixo de maior inércia, flexão em torno do eixo de menor inércia e torção) ou aos restantes modos considerados. Para melhor compreensão apresentam-se os seguintes apoios:

- Apoio móvel: é necessário eliminar os graus de liberdade associados a H_1 (para $x = 0$) e/ou H_3 (para $x = l$).
- Apoio fixo: é necessário eliminar os graus de liberdade associados a F_1 e H_1 (para $x = 0$) e/ou F_2 e H_3 (para $x = l$).
- Encastramento: é necessário eliminar os graus de liberdade associados a F_1 , H_1 e H_2 (para $x = 0$) e/ou F_2 , H_3 e H_4 (para $x = l$).

• Implementação das cargas

A introdução das forças exteriores é conseguida através do preenchimento dos graus de liberdade correspondentes do vetor das forças exteriores. Para melhor compreensão apresentam-se vários tipos de carregamentos e respetivos graus de liberdade:

- Força segundo x (axial): F_1 (para $x = 0$) e/ou F_2 (para $x = l$).
- Força segundo z : para o segundo modo de deformação, H_1 (para $x = 0$) e/ou H_3 (para $x = l$).
- Força segundo y : para o terceiro modo de deformação, H_1 (para $x = 0$) e/ou H_3 (para $x = l$).
- Momento em torno de y : para o segundo modo de deformação, H_2 (para $x = 0$) e/ou H_4 (para $x = l$).

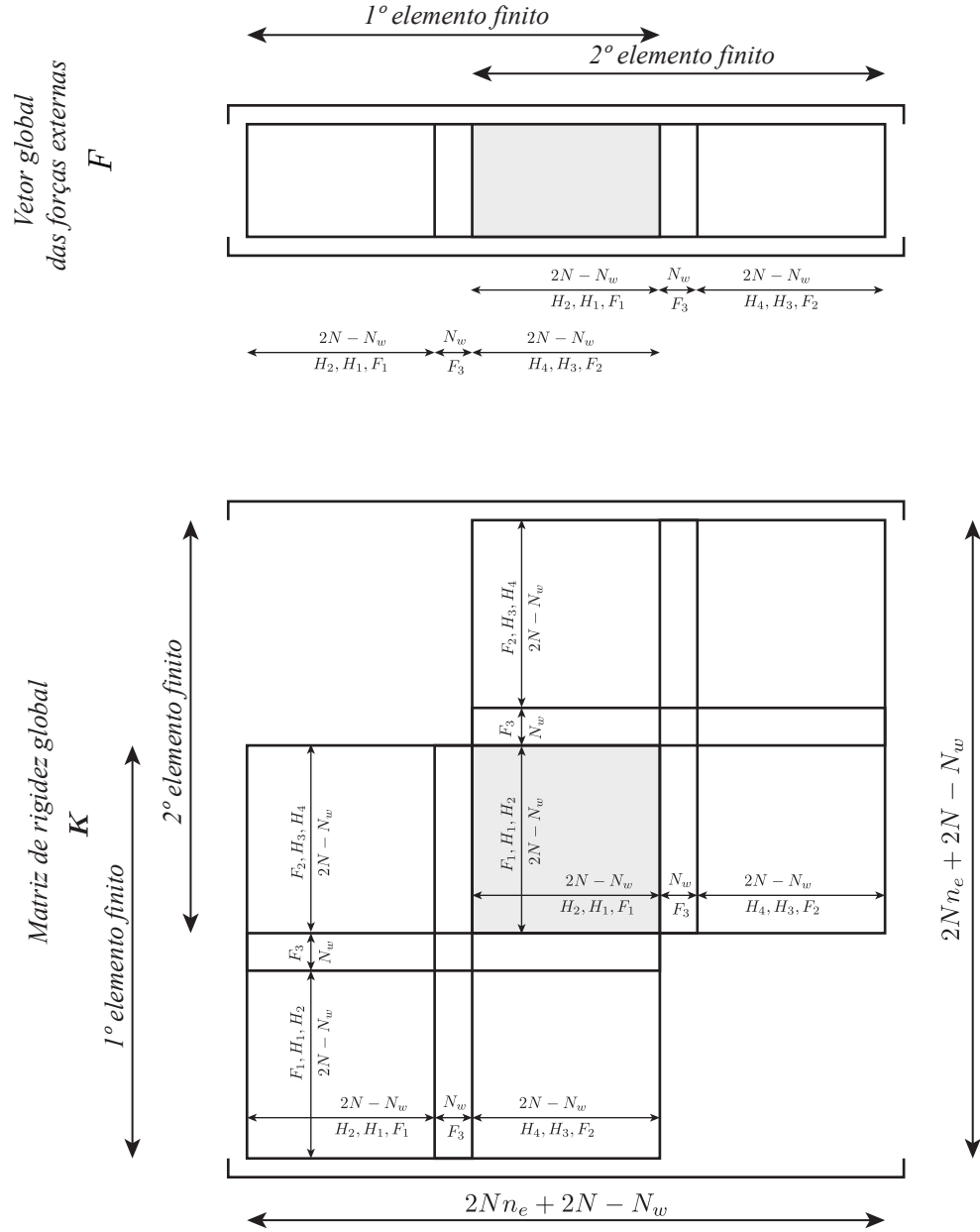


Figura 3.9: Montagem da matriz global, \mathbf{K} , e do vetor das forças externas, \mathbf{F} , a partir das matrizes e vetores elementares, para $n_e = 2$ (adaptado de Peres, 2015)

- Momento em torno de z : para o terceiro modo de deformação, H_2 (para $x = 0$) e/ou H_4 (para $x = l$).

Note-se que se convencionou que y corresponde ao eixo de maior inércia e z ao eixo de menor inércia.

• Visualização de resultados

A visualização de resultados está dividida em três partes: (i) representação da configuração indeformada, (ii) representação da configuração deformada e (iii) representação do campo de tensões. A representação da configuração deformada pode representar a deformada de pré-encurvatura ou o modo de instabilidade. A rotina original de Henriques (2014) efetua todos os cálculos necessários para obter as representações referidas; no entanto o cálculo das tensões foi alterado, sendo que se representa, atualmente, tensões calculadas nos cantos do elemento finito (tendo em conta o número de divisões em x e y considerados). A representação da deformada de pré-encurvatura é acompanhada pela representação do campo de tensões, sendo que pode ser selecionada qualquer componente de tensão (σ_x , σ_y ou σ_{xy}) e para a coordenada z definida pelo utilizador ($z = 0$ corresponde ao plano médio).

A visualização de resultados foi desenvolvida com recurso à função *patch* do *MATLAB*, que procede à discretização dos elementos finitos em vários polígonos com cor, utilizando as propriedades *Vertices* e *Faces*. De forma a colorir a cor da linha que delimita os polígonos e a cor da face da cada polígono (no caso de não se representarem tensões), utiliza-se *EdgeColor* e *FaceColor*, respetivamente. Para representar o campo de tensões (não uniforme em cada polígono) recorre-se a *FaceVertexCData*, que associa a cada vértice o respetivo valor de tensão.

• GUI - interface *MATLAB*

A construção de uma interface gráfica deve-se do facto da presente dissertação se desenvolver a partir de um projeto de investigação, o que reporta a um panorama diferente. Tal implica que o programa de elementos finitos baseado na GBT não seja apenas utilizado para desenvolver a dissertação mas também para o uso dos restantes investigadores integrados no projeto. Portanto, a interface foi construída com o intuito de simplificar a introdução de dados por parte do utilizador e de facilitar a partilha do programa entre instituições e investigadores.

A interface foi desenvolvida recorrendo a uma ferramenta do *MATLAB* chamada de *GUIDE*, que permite a criação da *GUI* (*Graphical User Interface*), a interface do programa. A construção da interface está dividida em duas partes, uma relativa à criação da janela de visualização e outra relativa à programação das ações a tomar quando os vários botões são selecionados, por forma a efetuar a ligação com o programa que realiza todos os cálculos. A interface criada é apresentada na Figura 3.10.

A primeira parte da interface prende-se com a introdução de dados relativos às “propriedades da secção”, que como já abordado anteriormente, remete para a utilização do programa GBTUL, onde é apenas necessário preencher o separador “*cross-section analysis*” e selecionar em “*next*”.

A segunda parte é relativa à “discretização do problema”, em que se insere os dados base de um programa de elementos finitos: o número de elementos finitos da peça, o comprimento da peça, o número de modos de deformação que se pretende contabilizar

Capítulo 3. Análise linear de estabilidade para a ação do fogo com a Teoria Generalizada de Vigas

na análise e a temperatura à qual se submete essa peça. A gama de temperaturas corresponde aos valores disponíveis nas tabelas do EC3: 20, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100 e 1200 °C.

Após a introdução destes dados é necessário definir as forças aplicadas e as condições de apoio, para o apoio esquerdo e para o apoio direito. Relativamente às forças, é possível aplicar forças segundo o eixo x (longitudinal), y e z e momentos em torno do eixo y e z . Em relação aos apoios, podem-se restringir independentemente os modos convencionais (axial, flexão em torno do eixo de maior inércia, flexão em torno do eixo de menor inércia e torção) e restringir também, em conjunto, os restantes modos considerados. É possível considerar modos encastrados, fixos ou livres (para o modo axial não é naturalmente permitido encastramento).

Existe também uma pequena janela respeitante às “Opções de visualização”, em que é possível definir o fator de escala, ou seja, o fator multiplicador dos deslocamentos reais e o número de divisões na direção x e y , independentemente. O número de divisões permite efetuar uma renderização do elemento finito nas duas direções, originando configurações deformadas e campos de tensões mais precisos.

Para executar o programa basta selecionar “Run”, que rapidamente e eficientemente, calcula a carga de bifurcação segundo os dados introduzidos. Como resultados, apresenta também a representação do modo crítico de instabilidade.

No canto inferior direito da GUI existe uma zona referente à deformada pré-encurvadura. A deformada é acompanhada da representação de tensões, que podem ser as componentes x , y ou xy , e estas podem ser representadas relativamente a diferentes posições segundo z . Para visualizar a deformada e as tensões basta selecionar “Ver deformada”.

A interface permite ainda carregar/guardar dados, de modo a facilitar a tarefa do utilizador.

3.7. Formulação de um elemento finito

GUI2

Classe 1.4301 / 1.4003 / 1.4462

1. Abrir o Programa "GBTUL".

2. Preencher o Separador "Cross-Section Analysis".
* [Ea = 200 GPa; Ga = 76.9231 GPa]

3. Clicar em "NEXT".

[Propriedades do Material; Coordenadas dos Nós; Paredes e Nós Intermediários]

Discretização do Problema

Nº de Elementos Finitos: 5

Comprimento da Peça: 1000

Nº de Modos: 8

Temperatura (°C): 20

Forças Aplicadas

Apoio: Esquerdo

ForçaX: 0

ForçaY: 0

ForçaZ: 0

MomentoY: 0

MomentoZ: 0

Y: eixo de maior inércia Z: eixo de menor inércia

Apoios

Apoio: Esquerdo

Axial: Fixo

Flexão [Maior Inércia]: Fixo

Flexão [Menor Inércia]: Fixo

Torção: Fixo

Restantes Modos: Fixo

Opções de Visualização

Escala: 30

Nº de Divisões em X: 3

Nº de Divisões em Y: 2

Deformada de 1ª Ordem

Componente de Tensão: TensãoX

Coordenada Z: 0

* [0] - linha média

Ver Deformada

Run

[Visualização do Modo de Instabilidade]

Carga de Bifurcação

Figura 3.10: GUI - interface do programa de elementos finitos da GBT

Capítulo 4

Exemplos numéricos

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se alguns exemplos numéricos de aplicação das formulações da Teoria Generalizada de Vigas implementadas (formulação semi-analítica e formulação por elementos finitos). Os dois primeiros exemplos recorrem à solução semi-analítica e dizem respeito a uma coluna com secção em C com reforços, elástica (Exemplo 1) e elastoplástica (Exemplo 2). O Exemplo 3 compara a precisão do elemento finito com a solução semi-analítica e o quarto e último utiliza elementos finitos no caso da análise de estabilidade de uma viga sujeita a um momento linear. Em todos os casos calculam-se as “curvas de assinatura” (andamento da carga crítica com o comprimento da semi-onda do modo de instabilidade) em função da temperatura e analisa-se a participação modal dos modos de instabilidade.

As propriedades do material seguem as características mecânicas do aço inoxidável apresentadas no Capítulo 2. Considera-se um aço austenítico de classe 1.403, com tensão de cedência de 230 MPa e tensão última de 540 MPa. Como se admite que a espessura é reduzida (perfil enformado a frio), pode assumir-se que a temperatura é uniforme em todo o volume do elemento (uniforme na espessura) e, portanto, as propriedades mecânicas são também uniformes no volume.

Tendo em conta a natureza dos problemas analisados, podem adotar-se todas as hipóteses simplificativas introduzidas no Capítulo 3: inextensibilidade transversal ($\varepsilon_{yy}^M = 0$) Vlasov ($\gamma_{xy}^M = 0$) e Kirchhoff-Love. Estas simplificações resultam em "constrangimentos cinemáticos" e reduzem o número de modos de deformação e, por isso, reduzem o número de graus de liberdade necessários para obter resultados precisos.

4.2 Exemplo 1 - Coluna simplesmente apoiada elástica (solução semi-analítica)

No presente exemplo considera-se uma coluna elástica com secção em C de parede fina com reforços (ver Figura 4.1). Esta peça está simplesmente apoiada e sujeita a uma compressão uniforme, o que possibilita recorrer a uma análise semi-analítica.

Para o cálculo dos modos de deformação da secção transversal, são considerados três nós intermédios igualmente espaçados nos banzos e quatro na alma, dando origem a 48 modos de deformação (recorde-se que os modos são calculados com o programa GBTUL). Contudo, como já foi referido anteriormente, uma das vantagens da GBT é a possibilidade de permitir seleccionar apenas os modos importantes para a análise em questão. Em problemas com

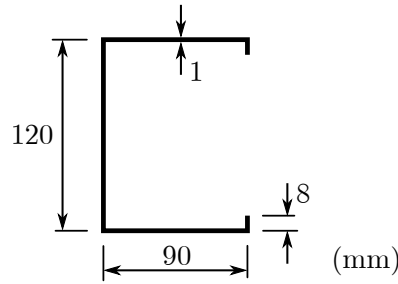


Figura 4.1: Secção em C com reforços

colunas, os chamados modos convencionais (Bebiano et al., 2018), que são os mais relevantes (Gonçalves et al., 2010a), são os únicos considerados: 4 modos de corpo rígido (axial, duas flexões e torção), 2 modos distorcionais e 12 modos locais de placa. Tal significa que o problema de bifurcação semi-analítico contabiliza apenas 18 graus de liberdade. A configuração dos 12 primeiros modos de deformação encontra-se representada no início do Capítulo 3, na Figura 3.1.

Adota-se uma lei constitutiva elástica linear que remete para a Equação (3.34). Sabe-se ainda que, para este caso, o módulo tangente uniaxial corresponde ao módulo de elasticidade para cada temperatura e que este varia consoante o valor do fator de redução para a inclinação da reta – $E_t = E_{a,\theta} = E_a k_{E,\theta}$ (ver Eq. (2.9)).

Os resultados obtidos (curva de assinatura, configuração da secção transversal para o modo de instabilidade e participação modal) são representados na Figura 4.2. Os resultados foram calculados para três temperaturas: 20, 700 e 1000 °C. Estes resultados mostram que as variações da tensão crítica para $0^\circ\text{C} < \theta < 700^\circ\text{C}$ são pequenas, ou seja, até um valor de $k_{E,\theta} = 0,71$. Contudo, para a temperatura de 1000 °C, com $k_{E,\theta} = 0,20$, a redução geral do valor da tensão crítica é bastante significativa. Cada máximo local e/ou ponto angular corresponde a uma transição do modo de instabilidade. Analisando mais detalhadamente os resultados conclui-se que essa transição ocorre para semi-comprimentos de onda cada vez mais pequenos com o incremento de temperatura. Tal é visível tanto no gráfico de cima como nos diagramas de participação modal. Por exemplo, a transição para o modo de instabilidade por flexão em torno do eixo de menor inércia (modo 3) ocorre cada vez para semi-comprimentos de onda mais curtos.

Os modos de instabilidade principais são os seguintes: (i) local (modo 7 e 9), (ii) distorcional simétrico (modo 5), (iii) distorção anti-simétrica-flexão maior inércia-torção (modos 6, 2 e 4), (iv) flexão-torção (modos 2 e 4) e finalmente flexão em torno do eixo de menor inércia (modo 3). A representação tridimensional destes modos de instabilidade é apresentada na Figura 4.3.

4.3 Exemplo 2 - Coluna simplesmente apoiada elastoplástica (solução semi-analítica)

O segundo exemplo é em tudo semelhante ao anterior, mas considera-se uma lei elastoplástica (ver Figura 2.5), em que se têm em conta todos os fatores de redução presentes nas Tabelas 2.2 a 2.5 para a classe de aço já mencionada.

4.3. Exemplo 2 - Coluna simplesmente apoiada elastoplástica (solução semi-analítica)

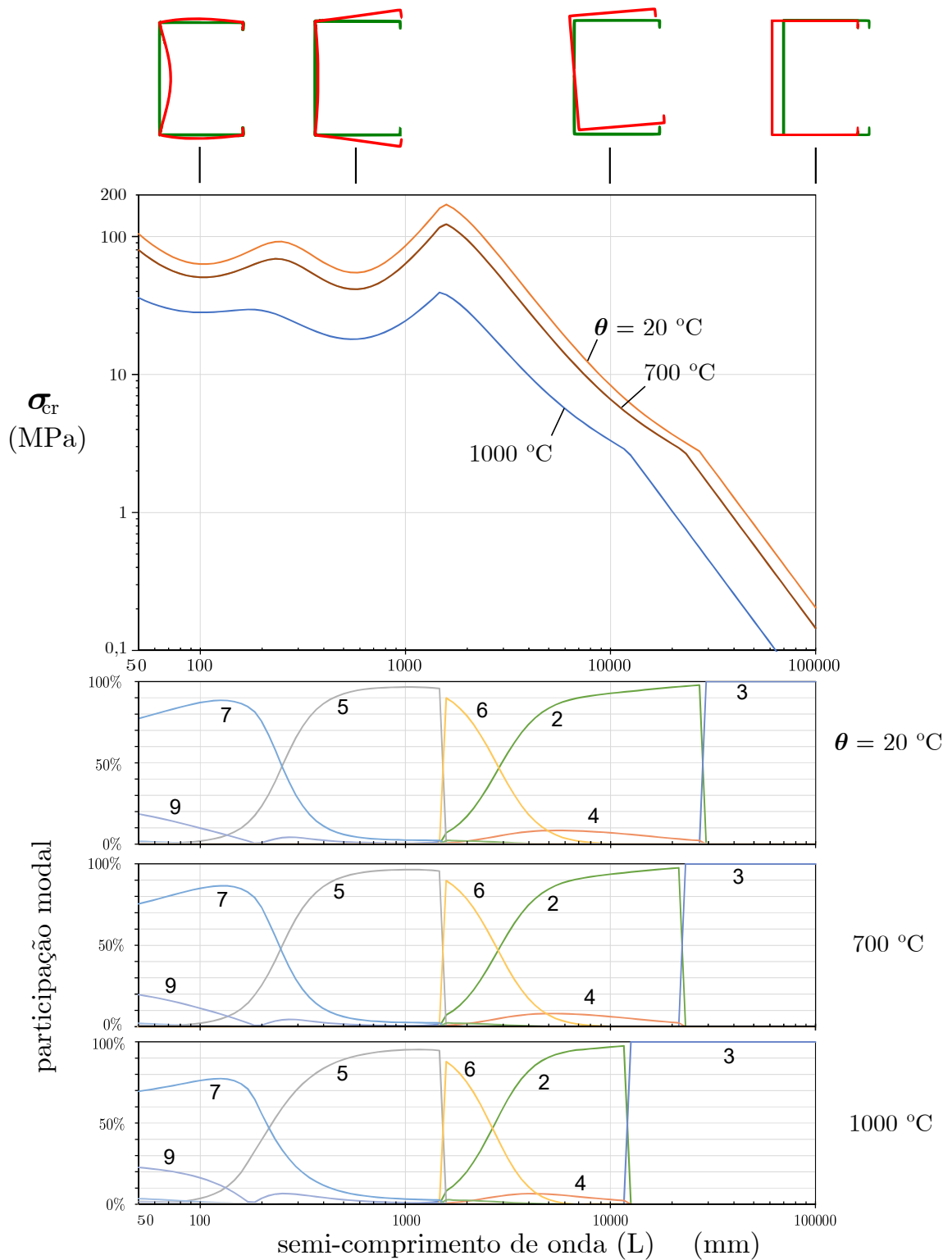


Figura 4.2: Exemplo 1: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama de participação modal (material elástico)

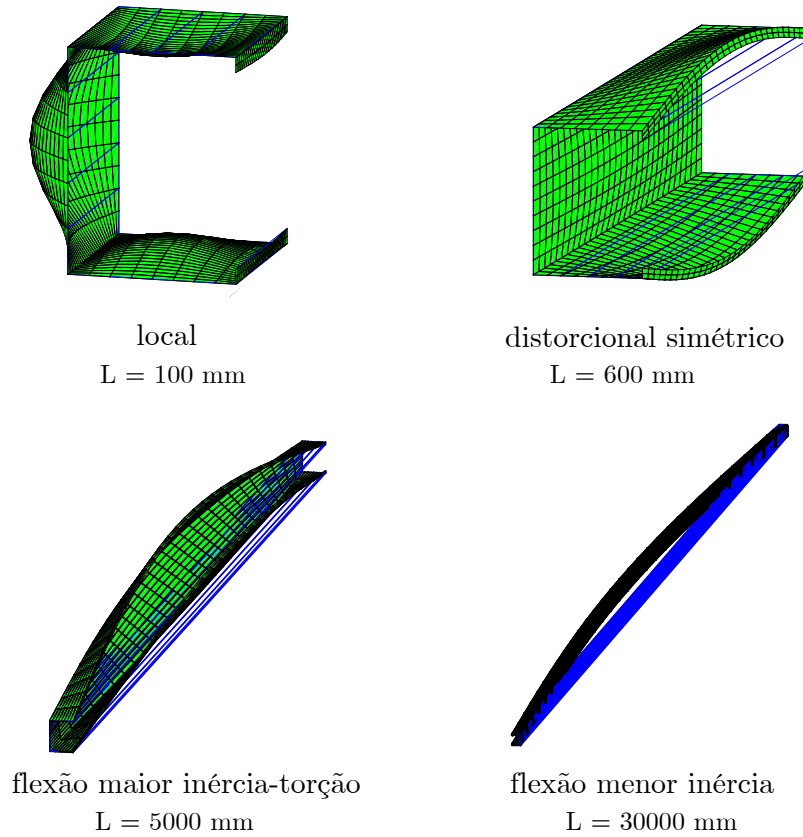


Figura 4.3: Configuração dos modos de instabilidade do Exemplo 1: (1) local para $L = 100 \text{ mm}$, (2) distortional simétrico para $L = 600 \text{ mm}$, (3) flexão maior inércia-torção para $L = 5000 \text{ mm}$ e (4) flexão menor inércia para $L = 30000 \text{ mm}$

Na Figura 4.4 representam-se os resultados obtidos para a teoria incremental (do lado esquerdo) e para a teoria da deformação (do lado direito). Para ambas as teorias os resultados são bastante semelhantes para uma temperatura de $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$. No entanto, com o incremento de temperatura, observa-se que as diferenças são cada vez maiores, sendo que a teoria da deformação fornece valores de tensão crítica mais baixos. Tais resultados são esperados tendo em conta estudos anteriores (Gonçalves & Camotim, 2004). Em relação aos diagramas de participação modal, a natureza dos modos de instabilidade muda aproximadamente nos mesmos semi-comprimentos de onda para as duas teorias e, também, para o comportamento elástico (Exemplo 1). Contudo, é possível observar que, para a teoria incremental e para uma temperatura de $1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (gráfico do canto inferior esquerdo), (i) a transição para o último modo de instabilidade (flexão em torno do eixo de menor inércia - modo 3) ocorre para um semi-comprimento de onda menor e (ii) o modo local (com participação dos modos 7 e 9) ocorre para semi-comprimentos de onda inferiores a 50 mm e, por isso, não se encontra representado no diagrama. Finalmente, em relação à teoria incremental, observa-se que a curva de assinatura apresenta um pico para $1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e 1000 mm . Este pico, ao contrário de todos os outros, não está associado a uma mudança de modo de instabilidade mas deve-se à descontinuidade do módulo de tangente, E_t , que ocorre para a extensão $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{c,\theta}$. Tal pode ser facilmente

4.4. Exemplo 3 - Estudo de convergência do elemento finito

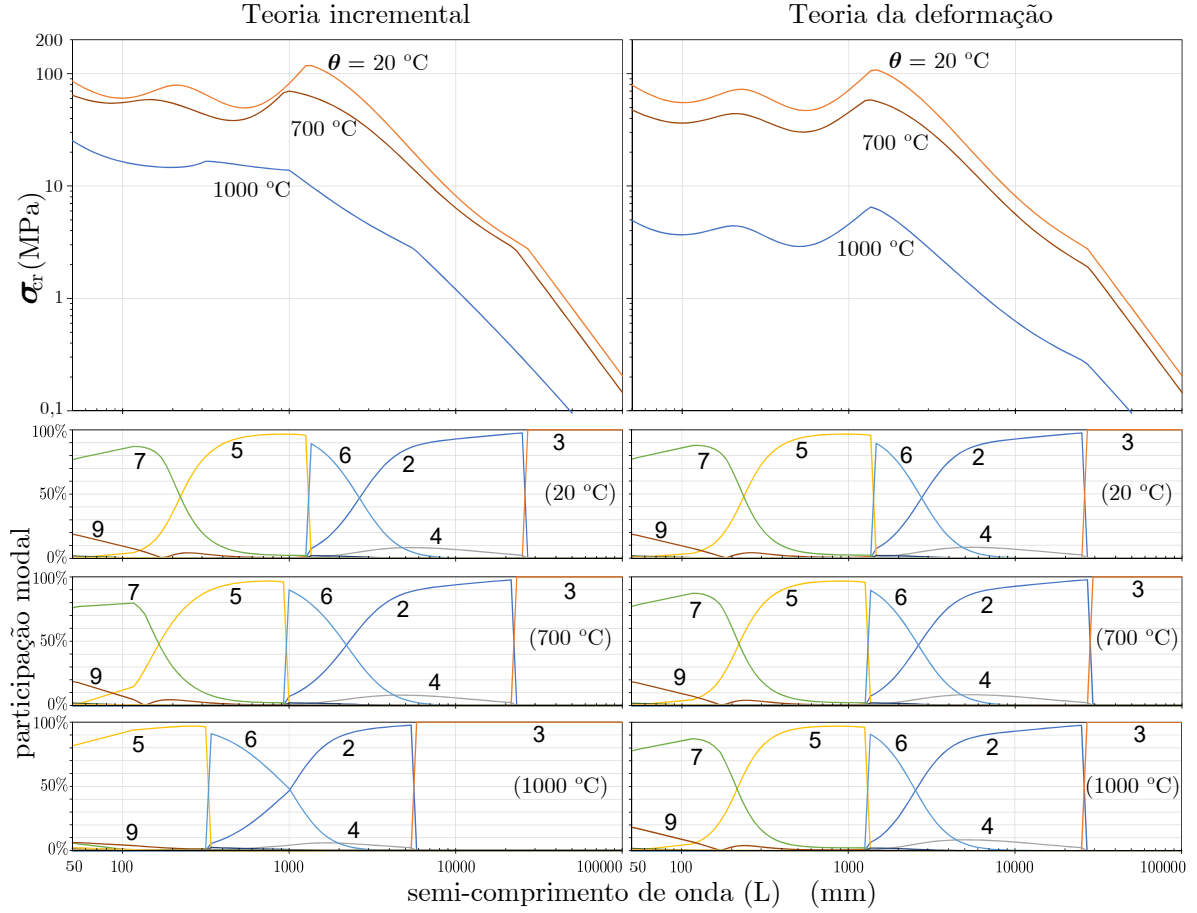


Figura 4.4: Exemplo 2: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama da participação modal (material elastoplástico)

verificado a partir da lei constitutiva do material, dado que o cálculo de E_t segue as Equações (2.1) e (2.2).

A abordagem tendo em conta o comportamento elastoplástico do material, ou seja, recorrendo à lei constitutiva não-linear, é particularmente apelativa para casos de compressão uniforme ao longo da peça (solução semi-analítica), dado que o estado de tensão na trajetória de pré-encurvadura é igual em todos os pontos da barra.

4.4 Exemplo 3 - Estudo de convergência do elemento finito

Com objetivo de validar o elemento finito da GBT, comparam-se os resultados da solução semi-analítica (solução exata) com os obtidos através de elementos finitos. Para tal, considera-se de novo a coluna com secção em C com reforços representada na Figura 4.1, simplesmente apoiada, sujeita a uma compressão uniforme e a uma temperatura de 20 °C. É assumida uma lei material elástica na formulação do elemento finito, pelo que para efeitos de comparação será utilizada a solução semi-analítica apresentada no Exemplo 1 (comportamento elástico).

Consideram-se dois semi-comprimentos de onda (L), 100 mm e 500 mm, que correspondem ao mínimo valor da carga crítica relativo ao modo de instabilidade local e distorcional,

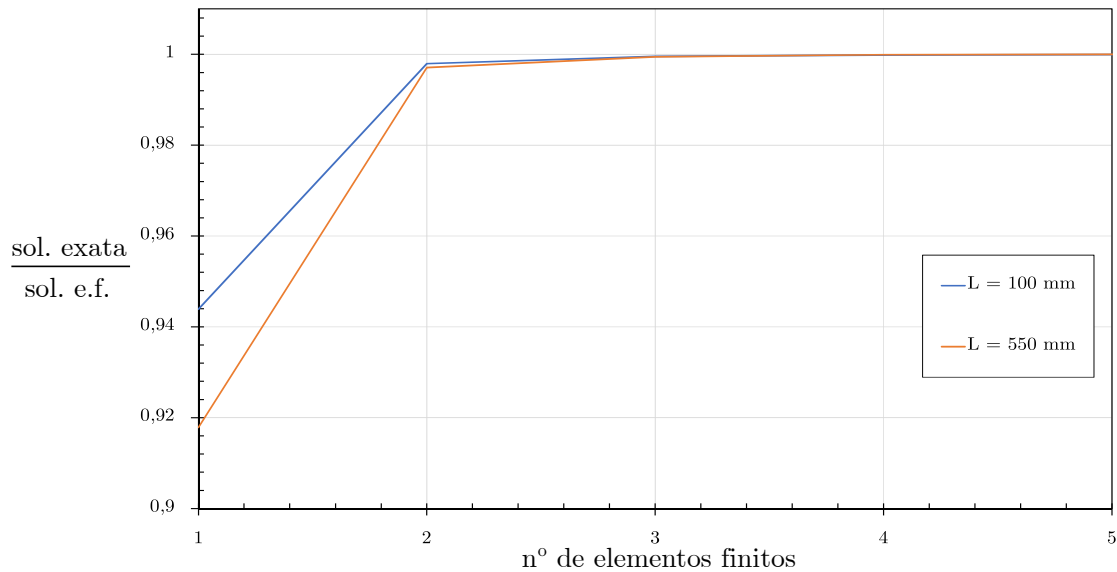


Figura 4.5: Coluna de parede fina com secção em C: convergência da solução de elementos finitos por comparação com a solução exata (semi-analítica), para $L = 100$ mm e $L = 550$ mm

respetivamente (ver curva de assinatura da Figura 4.2). Observa-se que a convergência é alcançada rapidamente. Com dois elementos a solução já é bastante próxima da solução exata (diferença de 0,206%) e com 5 elementos, a diferença cai para 0,006%. É ainda visível que para o semi-comprimento de onda maior, a solução de elementos finitos é sensivelmente pior quando se considera apenas um elemento.

4.5 Exemplo 4 - Viga elástica (elementos finitos)

No quarto exemplo avalia-se a estabilidade de uma viga elástica com a secção em “hat” representada na Figura 4.6 e as mesmas condições de apoio consideradas nos exemplos anteriores (viga simplesmente apoiada). No entanto, neste caso a peça está sujeita a um momento aplicado numa única extremidade, causando um diagrama de momentos triangular. Este carregamento torna o problema mais complexo, dado que as tensões não são constantes ao longo da peça (são lineares), pelo que surge a necessidade da utilização de elementos finitos. Como já referido, utiliza-se uma lei elástica, tal como no primeiro exemplo ($E_t = E_{a,\theta}$).

Para o cálculo dos modos de deformação da secção transversal são considerados três nós intermédios nas almas e quatro no banzo (todos igualmente espaçados), dando origem a 48 modos de deformação. Uma vez mais, os modos considerados são os convencionais: 4 modos de deformação de corpo rígido, 2 modos distorcionais e 12 modos locais de placa (total de 18 modos). A configuração dos 12 primeiros modos de deformação é representada na Figura 4.7.

Primeiramente, antes de apresentar os resultados propriamente ditos, analisa-se a convergência do elemento finito para uma viga de 1000 mm de comprimento (e sujeita a um momento não uniforme). O valor obtido da carga crítica para cada número de elementos finitos considerado é comparado com o valor correspondente a vinte elementos (admitido como solução

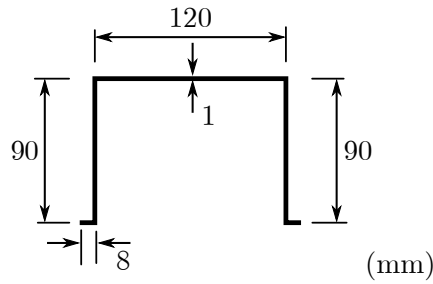


Figura 4.6: Geometria da secção “hat”

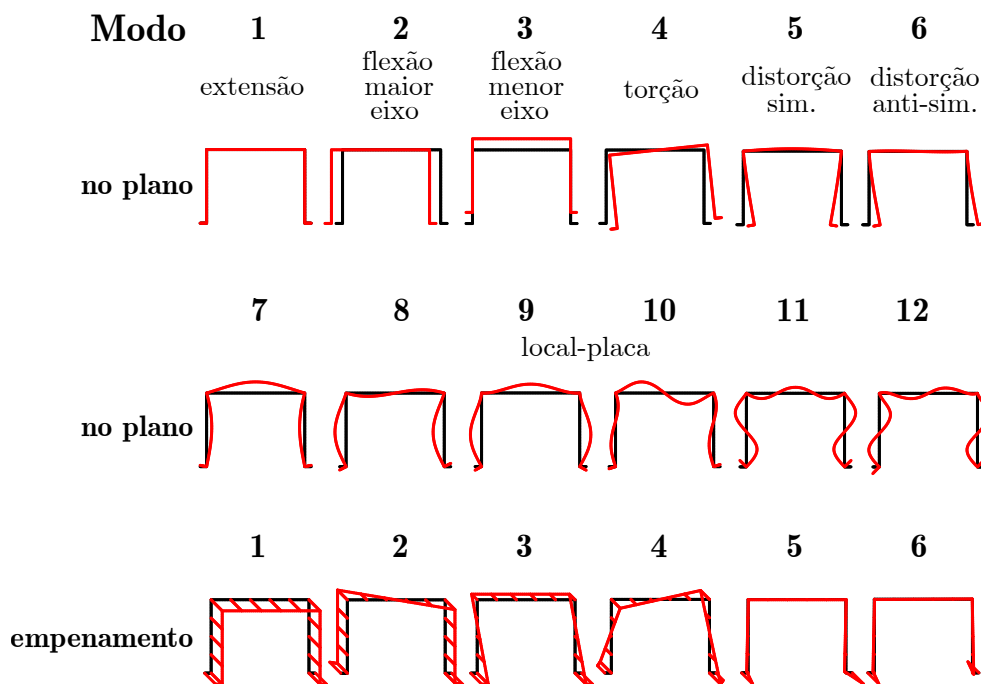


Figura 4.7: Configuração dos primeiros 12 modos de deformação da secção em “hat”

exata). Os resultados são representados no gráfico da Figura 4.8. Verifica-se que a convergência é alcançada rapidamente, não sendo necessários mais elementos do que os necessários no Exemplo 3. Tal deve-se ao facto de a configuração do modo ser mais complexa do que no exemplo anterior (por exemplo, não existe agora simetria em relação ao meio-vão). Com dois elementos finitos, a solução ainda não é próxima da solução exata (diferença de 11,353%); no entanto com dez elementos finitos, a diferença cai para 0,054%.

Após a análise de convergência calcula-se uma vez mais, utilizando dez elementos finitos, a “curva de assinatura” (Figura 4.9). Esta apresenta algumas diferenças em relação às anteriores: até 8000 mm a curva não apresenta grandes oscilações, o que, não significa que não haja transição de modos de instabilidade – de facto, os gráficos de participação modal representados na figura permitem observar que existe, aproximadamente para 400 mm. A transição para o modo de instabilidade global (flexão-torção) continua a ser bastante vincada.

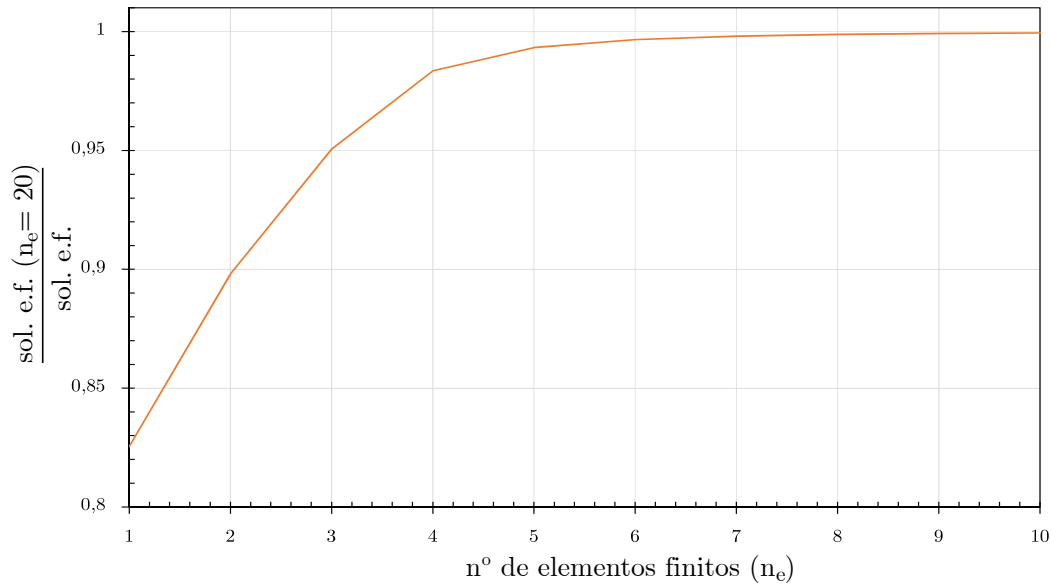


Figura 4.8: Exemplo 4: convergência da solução por elementos finitos ($L = 1000$ mm)

À semelhança dos casos anteriores, as variações da carga crítica para valores de temperatura entre os 20 °C e os 700 °C são pequenas, todavia tornam-se bastante visíveis para temperaturas elevadas, como 1000 °C. Para este tipo de carregamento, verifica-se que a participação total máxima de um determinado modo de deformação nunca ultrapassa os 50%, o que significa que os modos de instabilidade são compostos por pelo menos dois modos de deformação. Apenas para semi-comprimentos de onda pequenos (i.e, menores que 300 mm) existe a contribuição de 3 modos de deformação (ver diagrama de participação modal). Os modos de instabilidade principais são os seguintes: (i) local (modos 7, 8 e 9), (ii) distorcional (modos 5 e 6) e (iii) flexão-torção (modos 3 e 4). Tal como no primeiro exemplo, é apresentada na Figura 4.10 a configuração tridimensional dos modos de instabilidade.

Outra das potencialidades do programa desenvolvido é a representação da configuração deformada de pré-encurvatura. Na Figura 4.11 apresenta-se a deformada obtida para um comprimento de 1000 mm e um momento positivo de 100 Nmm, aplicado em torno do eixo de maior inércia (eixo z). De modo a possibilitar a visualização dos resultados, aplicou-se um fator de escala de 3×10^6 . Esta representação é acompanhada pela distribuição de tensões normais longitudinais ao plano médio, sendo possível observar que as compressões (representadas a azul) se localizam na face esquerda e as trações (representadas a vermelho) na face direita, como seria de esperar para este carregamento.

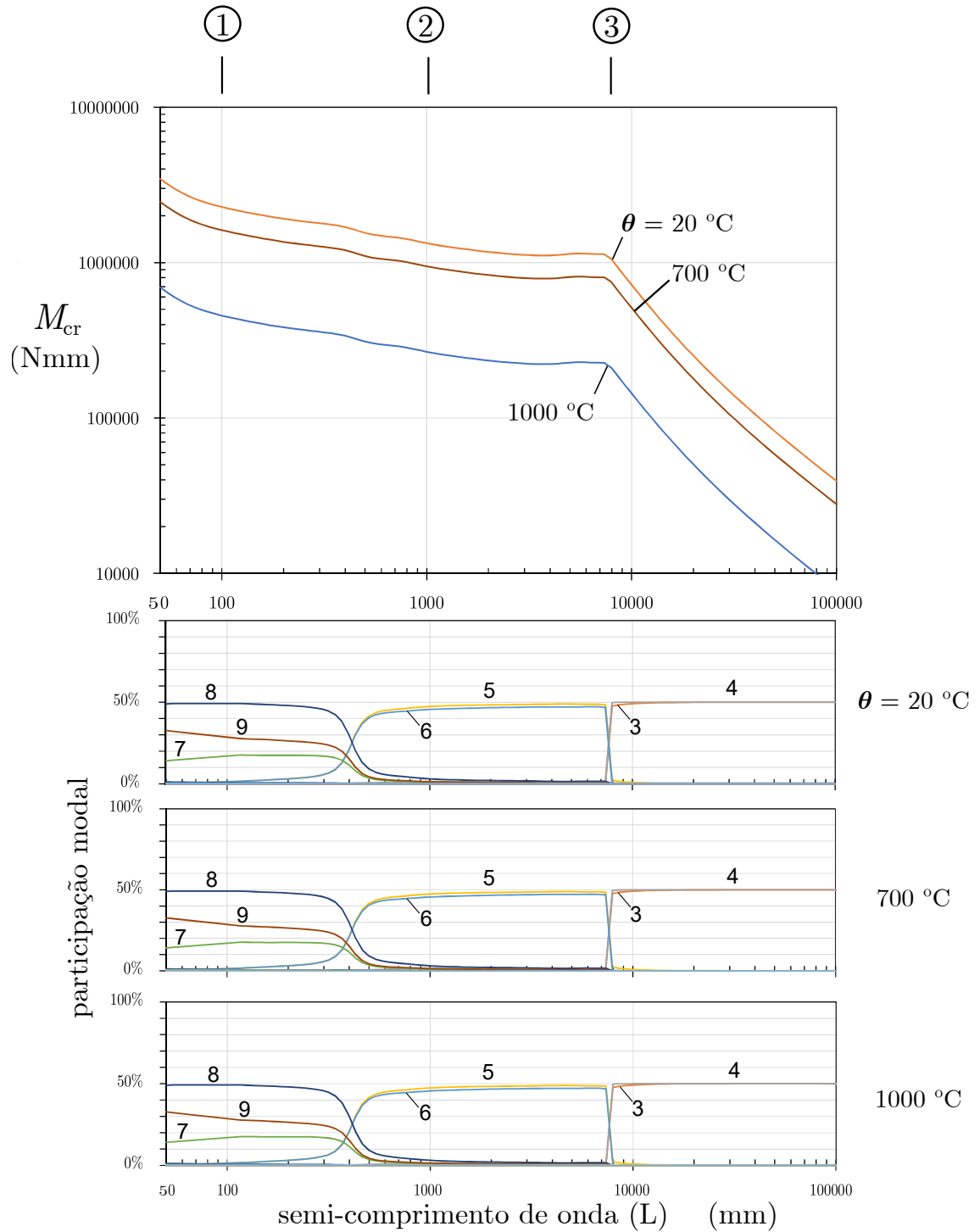


Figura 4.9: Exemplo 4: curva de assinatura, modos de instabilidade e diagrama da participação modal (material elástico)

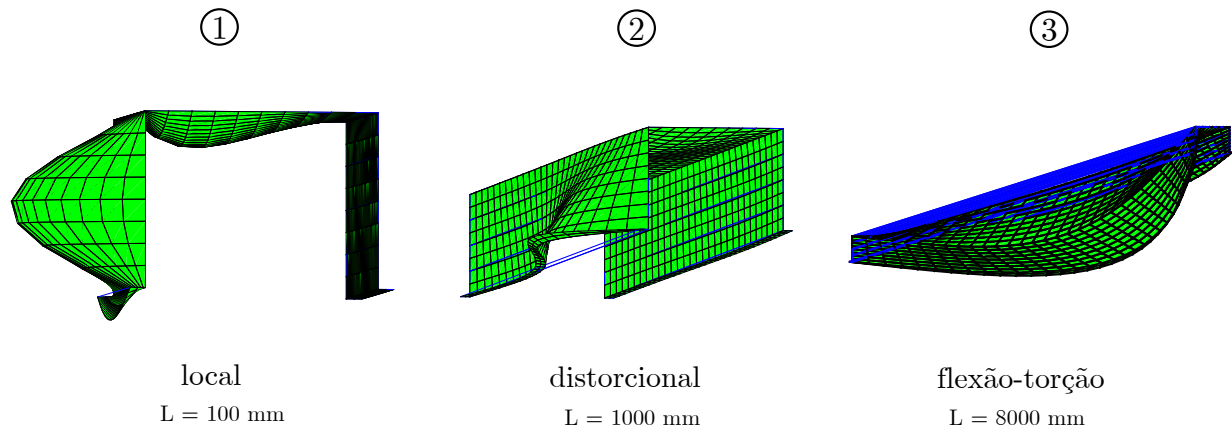


Figura 4.10: Configuração dos modos de instabilidade para o Exemplo 4: (1) local para $L = 100 \text{ mm}$, (2) distorcional para $L = 1000 \text{ mm}$ e (3) flexão-torção para $L = 8000 \text{ mm}$

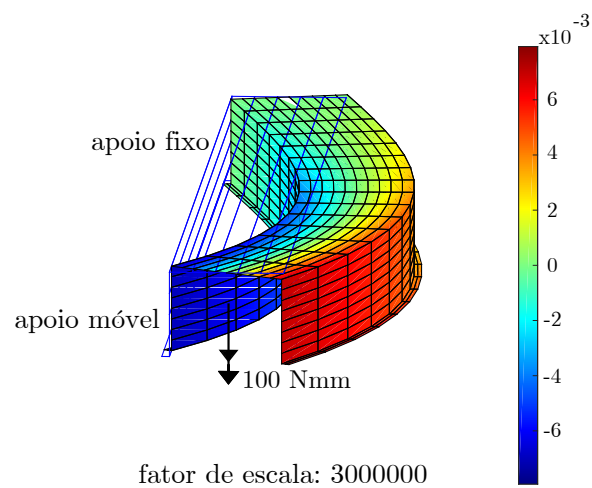


Figura 4.11: Exemplo 4: configuração deformada e representação das tensões para um momento de 100 Nmm , aplicado segundo o eixo de maior inércia (fator de escala de 3×10^6)

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

Neste trabalho, foram desenvolvidos dois programas rápidos e eficientes para calcular cargas de bifurcação de barras de parede fina de aço inoxidável (compressão uniforme), expostas ao fogo e sujeitas a instabilidade global/local/distorcional, através da Teoria Generalizada de vigas (GBT). Esta teoria utiliza uma descrição cinemática baseada em modos de deformação da secção com significado estrutural, o que permite extrair conclusões únicas no que diz respeito ao comportamento do elemento estudado, a partir da análise das funções de amplitude resultantes.

O primeiro programa recorre a uma solução semi-analítica para calcular as cargas de bifurcação elásticas e plásticas (teorias incremental e da deformação) de barras de parede fina uniformemente comprimidas com enorme economia do esforço computacional. A lei constitutiva não-linear do aço inoxidável é tida em conta, incluindo os efeitos da temperatura.

Posteriormente, partiu-se para uma abordagem mais complexa: uma formulação por elementos finitos baseados na GBT, que permite calcular cargas de bifurcação elásticas, representar deformadas e modos de instabilidade, com algumas vantagens em relação à abordagem anterior, permitindo introduzir condições de apoio e carregamentos arbitrários. A eficácia computacional do elemento finito proposto advém da utilização de hipóteses simplificativas relativas aos campos de tensões e deformações, que permitem reduzir o número de graus de liberdade (modos de deformação) sem afetar a precisão dos resultados.

O trabalho realizado permite extrair as seguintes conclusões:

- (i) Primeiro e segundo exemplo: para colunas elásticas (Exemplo 1) e elastoplástica (Exemplo 2) simplesmente apoiadas, sujeitas a compressão uniforme, as variações da tensão crítica para temperaturas abaixo dos 700 °C são pequenas. No entanto, para temperaturas elevadas (acima de 1000 °C), a redução do valor da tensão é bastante significativa. Verifica-se também que, com o aumento da temperatura, a transição entre modos de instabilidade ocorre para semi-comprimentos de onda cada vez menores.
- (ii) Segundo exemplo: a análise de uma coluna elastoplástica simplesmente apoiada permite verificar que as duas teorias da plasticidade fornecem resultados (tensões críticas) bastante semelhantes para temperaturas baixas (20 °C). Contudo quanto mais elevada é a temperatura, maiores são as diferenças.
- (iii) Terceiro exemplo: comparando os resultados da solução semi-analítica do primeiro exemplo com os obtidos através de elementos finitos, observa-se que a convergência é alcan-

cada rapidamente. Com dois elementos finitos a solução apresenta uma diferença de apenas 0,2% face ao resultado semi-analítico.

- (iv) Quarto exemplo: para uma viga elástica simplesmente apoiada, sujeita a um momento aplicado numa única extremidade e recorrendo a elementos finitos, apenas é necessário utilizar dez elementos finitos para se obter uma solução com apenas 0,054% de erro face à obtida com vinte elementos finitos. Verifica-se que, para este carregamento, a transição do modo local para o distorcional é bastante suave, não revelando nenhum pico na curva de assinatura.
- (v) Os exemplos numéricos apresentados no Capítulo 4 ilustram as potencialidades da solução semi-analítica da GBT e do elemento finito proposto.

5.2 Desenvolvimentos futuros

O trabalho da presente dissertação constitui apenas mais um passo no desenvolvimento e implementação de elementos finitos de barra baseados na Teoria Generalidade de Vigas. No entanto, o facto desta implementação ser no sentido do estudo do comportamento do aço inoxidável ao fogo, constitui uma base e abre bastantes portas para desenvolvimentos futuros. Em particular, no cumprimento dos objetivos traçados pelo projeto “StaSteFi”, a equipa de investigação tem como objetivo rever as normas presentes no EC3 relativas à estabilidade de colunas-viga de aço inoxidável sob a ação do fogo. Para esse efeito, os programas desenvolvidos no âmbito da presente dissertação serão utilizados para determinar cargas críticas e, por conseguinte, esbeltezas normalizadas de colunas-viga. Estes valores da esbelteza serão então utilizados para calibrar novas regras de dimensionamento.

Bibliografia

- ASRO, Asociația De Standardizare Din România, 2008. *Introduction to cold-formed steel design*, Fire Safety Journal, Bucureste.
- Bebiano, R., Camotim, D., Gonçalves, R., 2018. *GBTUL 2.0 - a second-generation code for the GBT-based buckling and vibration analysis of thin-walled members*. Thin-Walled Structures, Vol. 124, p. 235-253.
- Camotim, D., Basaglia, C., 2013. *Buckling analysis of thin-walled steel structures using generalized beam theory (GBT): state-of-the-art report*, Steel Construction, WILEY-VCH Verlag, Vol 6/2, p. 117-131.
- Castro, M. S., Sequeira, J. M. A., 1971. *Aços inoxidáveis martensíticos e ferríticos - Comportamento e adições especiais*, Publicações do laboratório de física e engenharia nucleares, Sacavém.
- CEN, 2005a. *EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2005b. *EN 1993-1-2 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-2: General Rules Structural fire design*, Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2005c. *EN 10088-1:2005 - Stainless Steels - Part 1: List of stainless steels*, Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2006a. *EN 1993-1-3 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-3: General Rules - Supplementary Rules for Cold-formed members and sheeting*, Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2006b. *EN 1993-1-4 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-4: General Rules - Supplementary Rules for Stainless Steels*, Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- Chen, J., Young, B., 2008. *Design of high strength steel columns at elevated temperatures*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 64, nº 6, p. 689-703.
- Davies, J. M., Leach, P., 1994. *First order Generalized Beam Theory*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 31, nº 2-3, p. 187-220.
- Decreto-Lei nº 220/2008 de 12 de Novembro. D. R. 1ª série, p. 7915-7917.
- Dobrzanski, L. A., Brytan, Z., Grande, M. A., Rosso, M., 2007. *Corrosion resistance of sintered duplex stainless steel in the salt fog spray test*, Journal of Materials Processing, Vol. 192, p. 443-448.
- Euro Inox, 2006. *Design Manual for Structural Stainless Steel*, 3ª edição.

Bibliografia

- Euro Inox, 2007. *Design Manual for Structural Stainless Steel*, 3ª edição, Vol. 11.
- Franssen, J. M., 2005. *SAFIR A Thermal/Structural Program Modelling Structures under Fire*, Engineering Journal, Vol. 42/3, p. 143-158.
- Gardner, L., Baddoo, N. R., 2006. *Fire testing and design of stainless steel structures*, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol. 62, p. 532-543.
- Gardner, L., Insausti, A., Ng, K.T., Ashraf M., 2010. *Elevated temperature material properties of stainless steel alloys*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 66, p. 634-647.
- Gonçalves, R., Camotim, D., 2004. *GBT local and global buckling analysis of aluminium and stainless steel columns*, Computers & Structures, Vol. 82, nº 17-19, p. 1473-1484.
- Gonçalves, R., Le Grogne, P., Camotim, D., 2010a. *GBT-based semi-analytical solutions for the plastic bifurcation of thin-walled members*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 47, nº 1, p. 34-50.
- Gonçalves, R., Camotim, D., 2010b. *Steel-Concrete Composite Beam Analysis Using Generalised Beam Theory*, Steel and Composite Structures, Vol. 10, p. 223-243.
- Gonçalves, R., Camotim, D., 2011. *Generalised beam theory-based finite elements for elastoplastic thin-walled metal members*, Thin-Walled Structures, Vol. 49, p. 1237-1245.
- Henriques, D., 2014. *Um elemento finito fisicamente não-linear para vigas mistas aço-betão*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Hibbitt, Karlsson, Sorensen, Inc. ABAQUS, 2012. *ABAQUS/Standard User's manual volumes I-III and ABACUS CAE manual*, Version 6.12, Pawtucket.
- Kankanamge, N. D., 2010. *Structural behaviour and design of cold-formed steel beams at elevated temperatures*, School of Urban Developments Queensland University of Technology, PhD Thesis.
- Kirby, B. R., Preston, R. R., 1988. *High temperature properties of hot-rolled, structural steels for use in fire engineering design studies*, Fire Safety Journal - Elsevier, Vol. 13, nº1, p. 27-37.
- Long-yuan, L., 2009. *Analyses of distortional buckling of cold-formed sigma purlins using EN1993-1-3*, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol. 65, nº 12, p. 2099-2102.
- Lopes, N., Vila Real, P., Simões da Silva, L., 2012. Franssen, J. *Numerical analysis of stainless steel beam-columns in case of fire*, Fire Safety Journal, Elsevier, Vol. 50, nº 11, p. 35-50.
- Peres, N., 2015. *Formulação linear da Teoria Generalizada de Vigas para barras de eixo curvo*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Pinho, E. M. C., 2012. *Caracterização mecânica e análise à corrosão em diferentes solos, de aços inoxidáveis duplex*, Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Engenharia do Porto.
- Schardt, R., 1989. *Verallgemeinerte technische biegetheorie (Teoria Generalizada de Vigas)*, Springer-Verlag, Berlim, Alemanha.
- The Mathworks Inc., 2017b. *MATLAB R2017b*, Massachusetts, Estados Unidos da América.

- To, E. C.-Y., Young, B., 2008. *Performance of cold-formed stainless steel tubular columns at elevated temperatures*, Engineering Structures, Vol. 30, nº 7, p. 2012-2021.
- Uppfeldt, B., Outinen, T., Veljkovic, M., 2008. *A design model for stainless steel box columns in fire*, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol. 64, nº 11, p. 1294-1301.
- Vila Real, P. M. M., 2003. *Incêndio em Estruturas Metálicas – Cálculo Estrutural*, Edição Orion.
- Vila Real, P., Lopes, N., Simões da Silva, L., Franssen, J. M., 2008. *Lateral-torsional buckling of Stainless steel I-beams in case of fire*, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, Vol. 64/11, p. 1302-1309.
- wikiEngenharia. *Quinagem*. Disponível em <http://wiki.ued.ipleiria.pt/wikiEngenharia/index.php/P%C3%A1gina_principal>.
- Young, B., 2008. *Research on cold-formed steel columns*, Thin-Walled Structures, Vol 46, nº 7-9, p. 731-740.

